Versuch
einer
neuen Theorie
der
Kohäsionskraft
und der damit
zusammenhängenden Erscheinungen

von

D. Heinr. Ferd. Eisenbach,
Professor der neueren Sprachen und ihrer Litteratur
zu Tübingen.

Tübingen,
bei Ernst Traugott Eifert.

1827.

Herrn

Hofrath und Professor

D. J. H. M. Poppe,

dem

verdienstvollen Beförderer

der

nützlichen Wissenschaften

und des

allgemeinen Wohlstandes in Deutschland

aus wahrer Hochachtung gewidmet

von dem

Verfasser.

Vorrede.

Die Theorie der Kohäsionskräfte und der damit zusammenhängenden Erscheinungen ist eine der wichtigsten und nützlichsten in der ganzen Naturlehre; schon ein flüchtiges Durchblättern dieser Schrift wird nachweisen, daß es nur sehr wenige Anwendungen der mathematischen Physik auf praktische Zwecke, ja nur sehr wenige mathematisch-physische Theorien giebt, welche dieselbe nicht zur mehr oder weniger unentbehrlichen Grundlage haben, — — und doch trete ich mit meinen Ansichten darüber nur schüchtern auf. Ich trete schüchtern mit denselben auf; denn von zwei Seiten her muß ich fürchten, ein Vorurtheil mir entgegentreten und das ruhige Prüfen oder vielleicht schon das Lesen meiner Arbeit verhindern zu sehen.

Es wird nämlich ein Theil meiner Leser der Meinung seyn, ich habe etwas höchst Ueberflüssiges unternommen; längst schon besitze man eine Theorie der Kohäsion, die für praktische Zwecke vollkommen ausreiche. Sind diese Leser von derjenigen Art, welche, zu bequem um selbst zu prüfen, mit allem zufrieden

ist, was ihr in den Lehrbüchern vorgekäuet wird, so habe ich nichts mit ihnen zu schaffen, so habe ich nicht für sie geschrieben und bitte sie recht sehr, diese Blätter ungelesen zu lassen. Hat es ihnen aber bloß an Veranlassung gefehlt, die bisherigen Theorien meiner ernsteren Prüfung zu unterwerfen, so verweise ich sie auf meinen ersten Abschnitt, wo sie eine, wie ich hoffe, gründliche Widerlegung derselben finden werden.

Ein anderer Theil meiner Leser, und wahrscheinlich ein sehr achtbarer, wird diese Untersuchung in eine Klasse bringen mit andern Aufgaben, die an sich sehr wichtig sind, in denen es aber sehr schwer ist, festen Fuß zu fassen, und deren so häufig angekündigte Auflösungen, durch die meist phantastische Bearbeitung verdächtig gemacht, gewöhnlich nicht viele Leser finden. Nur zu sehr muß ich befürchten, man möchte mich in dieselbe Klasse bringen mit den angeblichen Erfindern der Parallelentheorie, der Quadratur des Zirkels, ꝛc. man möchte mich im günstigsten Falle für einen der vielen Grübler halten, die so lange über einem Trugschlusse brüten, bis er zur fixen Idee wird und als Wahrheit erscheint. Weiß doch fast jeder Mathematiker, fast jeder Rechner,

wie leicht sich ein oft ganz absurder Rechnungsfehler bei uns festsetzt, so daß wir ihn nicht wieder los werden und entdecken können, wenn wir auch die fehlerhafte Rechnung zwanzigmal nach einander durchgehen.

Was kann ich nun thun, um meiner Schrift bei dieser zweiten Art von Lesern Eingang zu verschaffen? Die Furcht, ihre Zeit und Mühe an etwas Unnöthiges zu verschwenden, wird viele unter ihnen abhalten, dieselbe auch nur durchzublättern. Lassen sich aber solche Männer bewegen, wenigstens der Vorrede einige Aufmerksamkeit zu schenken, so bitte ich sie, zunächst ein paar Blicke auf meinen mathematischen Lebenslauf im letzten Abschnitte zu werfen. Dort werden sie finden, daß das, was ich hier aufstelle, nicht der unreife Einfall des Augenblickes ist, daß ich meine Entdeckung beinahe zehn Jahre lang wiederholt geprüft und das Horazische Nonum prematur in annum sogar noch überschritten habe. Sie werden aber auch finden, daß ich in dieser langen Zeit in Lagen und Umständen gewesen bin, die aller Wahrscheinlichkeit nach die Entdeckung einer wahrheitswidrigen fixen Idee hätten zur Folge haben müssen. So wie nämlich ein Rechner den gemachten Rechnungsfehler gewöhnlich ent-

deckt, wenn er vor dem Durchsehen seiner Rechnung durch andere Sachen zerstreut wurde, ebenso müßte dieses der Fall bei mir gewesen seyn, da ich öfters nicht nur die Beschäftigung mit dieser Theorie, sondern mit der Mathematik überhaupt auf längere Zeit gänzlich bei Seite legte und mich durch die entgegengesetztesten Fächer zerstreute.

Mein gegenwärtiges Amt, das ich seit zwei Jahren bekleide, hat mir jetzt erst Muße gegeben, die Sache von Neuem vorzunehmen. Ein kalter und ruhiger Beobachter stehe ich also da; was ich als Jüngling sammelte, prüfe und sichte ich als Mann ohne Vorliebe, ohne Leidenschaft, wie wenn es die Arbeit eines Fremden wäre. Mich treibt keine Absicht und keine Begierde, als der Wunsch, das, was vielleicht die Erkenntniß und Verbreitung der Wahrheit befördern kann, niederzulegen in das Archiv der Zeit. — Die Wahrheit zu fördern und gemeinnützig zu werden im Fache der praktischen Mathematik habe ich mir schon als Kind zum Ziele erwählt; der leidenschaftlichen Verfolgung dieses Ziels habe ich die ganze Blüthe meiner Jugendkraft geopfert: möge das hier Gegebene nicht unwürdig seyn, der gänzlichen Vergessenheit entzogen zu werden!

Einleitung.

Das Wort Kohäsion wird in mehr als einem Sinne gebraucht; bald bezeichnet man damit bloß die Kraft, vermöge welcher die gleichartigen Theile eines und desselben Körpers unter sich zusammengehalten werden; bald begreift man überhaupt die Kraft darunter, welche die Theile der Körper zusammenhält, ohne sie zu verändern, diese Theile mögen gleichartig oder ungleichartig seyn, mit andern Worten, man rechnet auch die sogenannte Adhäsion hieher; bald giebt man dem Worte noch einen ausgedehnteren Begriff; es ist daher zunächst nöthig, eine Erklärung zu geben, in welchem Sinne dieses Wort hier durchgängig gebraucht werden wird.

Kohäsionserscheinungen nenne ich alle diejenigen, bei welchen gegenseitige Einwirkung der kleinsten Körpertheile in einer, für uns unmeßbar

kleinen Entfernung ins Spiel kommt; **Kohäsionskräfte** diejenigen Kräfte, welche den Grund dieser Erscheinungen enthalten.

Meinen Erklärungsversuch dieser Erscheinungen werde ich in folgender Ordnung aufstellen:

1) **Eine Widerlegung aller bisherigen Kohäsionstheorien.**

2) **Eine kurze Darstellung und Begründung der meinigen, nebst Hinweisungen, wie dieselbe praktisch geprüft werden könne.**

3) **Einige Winke über den Nutzen dieser Theorie und ihre Vorzüge bei Erklärung mancher, bisher sich scheinbar widersprechender, Erscheinungen.**

4) **Kurze Geschichte des Ganges meiner Erfindung.**

Erster Abschnitt.

Widerlegung aller bisherigen Kohäsions-theorien.

Wollte ich alle Theorien und Hypothesen aufzählen, durch welche man es versucht hat, einzelne von der Kohäsionskraft abhängige Erscheinungen zu erklären, so würde wohl diese Abhandlung zu einem ganzen Buche anschwellen. Ich begnüge mich daher damit, alle diejenigen Ansichten zu widerlegen, durch welche man das Zusammenhängen fester Körper erklärt hat oder erklären könnte, insofern sie mit der meinigen im Widerspruche stehen. Gelingt mir dieses und ist es durch meine Theorie möglich, die genannten Erscheinungen genügend zu erklären, so habe ich alle Wahrscheinlichkeit für mich, daß meine Ansicht für diesen Fall die richtige ist. Ich brauche dann nur noch zu zeigen, wie man mit dieser Ansicht auch alle andere Kohäsionserscheinungen erklären könne,

um bei der anerkannten Gleichförmigkeit der Naturgesetze die aufgestellte Theorie allgemein auszusprechen. —

Da in diesem Abschnitte bloß von der Kraft die Rede ist, mit welcher die Theile der festen Körper unter sich zusammenhängen, so werde ich mich für sie des Wortes Zusammenhangskraft bedienen.

Die älteren Erklärungen und Theorien, welche von einem unmittelbaren Willen der Gottheit, von einer Qualitas occulta, von einer Fuga vacui, von einer gegenseitigen Ruhe der Theile, von einem Drucke der Luft redeten und sich darauf gründeten, sind jetzt Antiquitäten und bedürfen in unsern Zeiten keiner ernstlichen Widerlegung mehr.

Von allen Erklärungsversuchen haben sich bisher bloß diejenigen erhalten, die eine Anziehung der kleinsten Körpertheilchen zu Grunde legen, neben welcher zuweilen auch eine Abstoßung zugelassen wurde. Als Richtung dieser Anziehungen und Abstoßungen nahm man immer die gerade Linie an, welche je zwei auf einander wirkende Theilchen verbindet. Was für Arten der Einwirkung sich sonst

noch denken ließen, das soll im folgenden Abschnitte angeführt werden, wo man auch Gründe gegen ihre Annahme finden wird. Ich beschäftige mich hier zunächst mit der Widerlegung der Theorien, die sich auf die obigen Annahmen bauen lassen, insoferne sie der meinigen widersprechen.

Diese Widerlegung fasse ich in ein paar Hauptsätze zusammen.

A) Beweis, daß die Körper den Raum nicht ausfüllen, den sie einzunehmen scheinen.

Unter dieser Ausfüllung verstehe ich diejenige Ansicht, nach welcher der begränzte Raum oder der mathematische Körper mit irgend etwas Solidem und Massivem, als einem stetigen Ganzen erfüllt wäre. Eine Ansicht, welche allen mir bekannten Theorien des Zusammenhangs wenigstens in so ferne zu Grunde liegt, als man bisher alle praktische Berechnungen über die Festigkeit darauf baute. Diese Ansicht führt auf mehrere Schwierigkeiten, welche nach der meinigen sich leicht heben lassen, z. B. bei der Vertheilung des Druckes fester Körper, bei der Untersuchung, wie die chemische Durchdringung und die mechanische

Undurchdringlichkeit neben einander bestehen können, und in vielen andern Fällen. Solche Schwierigkeiten sind jedoch keine förmliche Widerlegung, sondern bloß eine Verstärkung des Beweises gegen sie und sollen daher erst im dritten Abschnitt gelegentlich berührt werden. Hier ist es um einen mathematischen Beweis zu thun, der folgendermaßen geführt wird.

Erfahrungssatz. Neben der Stärke des Zusammenhangs fester Körper verschwindet die Anziehung einzelner Stücke derselben in merklicher Entfernung. Es ist eine allgemein bekannte Erfahrung, daß die Anziehung eines abgerissenen Stücks zu seinem Ganzen schon in der Entfernung einer Linie sich durch unsere feinsten Werkzeuge nicht mehr beobachten läßt; ebenso daß zum Abreißen eines Stückes in senkrechter Richtung bei manchem Körper schon außerordentlich große Gewichte nöthig sind. Niemand wird daher den obigen Satz läugnen, besonders da in der Folge die merkliche Entfernung 1 Zoll genannt werden soll, wofür sogar, den daraus gezogenen Schlüssen unbeschadet, 1 Fuß stehen könnte.

Erklärung. Nimmt man die Entfernung, bis auf welche zwei Körperstücke nicht mehr auf einander wirken, also etwa 1 Zoll, zum Halbmesser an und denkt damit eine Kugelperipherie um irgend einen Punkt eines Körpers beschrieben, so erhält man die Gränzen, innerhalb deren seine gesammte Wirksamkeit eingeschlossen ist, in so fern sie bei der Berechnung der Stärke des Zusammenhangs beachtet zu werden verdient. Diese Kugel nenne ich die Sphäre der merklichen Anziehung.

Erster Satz. Die Wirkung einer ebenen, über 1 Zoll dicken, Platte auf jeden außer ihr befindlichen Punkt einer darauf befindlichen Erhöhung, die nach allen Richtungen über einen Zoll vom Rande absteht, ist bloß eine Anziehung oder Abstoßung in einer auf ihre Ebene senkrechten Richtung.

Es sey (Fig. 1.) *HIKL* der Durchschnitt einer Platte, *A* ein außer ihr befindlicher Punkt, *EFG* der Durchschnitt seiner merklichen Anziehungssphäre, so weit sie innerhalb der Platte liegt.

Die ganze Erhöhung *PMNO* ist in Fig. 2. gezeichnet; und man sieht wohl, daß, da (ex hyp.)

HP, *OI*, *HL*, *IK* über einen Zoll betragen und *AF* gleich einem Zoll ist, die Punkte *E*, *F*, *G* innerhalb der Platte fallen müssen und die merkliche Anziehungssphäre keine andere Gränzfläche der Platte durchschneiden kann, als die Ebene *HI*. — Dieses gilt von jedem durch *A* gelegten, auf die Ebene *HI* senkrechten, Durchschnitte.

Man fälle von *A* auf die Ebene *HI* den Perpendikel *AMF*; nehme in dem gemischtlinigten Dreiecke *EFM* einen beliebigen Punkt *B*, ziehe *BD* senkrecht auf *AF*, verlängere sie, bis $DC = BD$, ziehe *AB*, *AC*, so ist (Euclid. I, 4.) $AB = AC$. — Es ist nun nach allen Theorien die Anziehung eine Funktion der Entfernung, also, wegen der gleichen Entfernung, die Anziehung von *B* auf *A* so groß als die von *C* auf *A*, (welches eigentlich schon aus dem Satze des zureichenden Grundes fließt, da die Theile außerhalb des Kugelabschnitts *EFGM* keinen merklichen Einfluß auf die Stärke des Zusammenhangs äußern, und da bei der angenommenen Gleichartigkeit des Körpers auf beiden Seiten von *AF* alle Umstände gleich sind). — Man bezeichne die Stärke der Anziehung von *B* oder *C* auf *A* mit

dem Zeichen M; zerlege sie nach dem Parallelogramm der Kräfte, welches für diesen Fall mathematisch erwiesen ist, so erhält man 4 Wirkungen auf den Punkt A, nämlich:

I.) B wirkt auf A in der Richtung AQ mit der Kraft . . . . . $M cosin. BAQ$.

II.) B wirkt auf A in der Richtung AM mit der Kraft . . . . . $M cos. BAD$.

III.) C wirkt auf A in der Richtung AR mit der Kraft . . . . . $M cos. CAR$.

IV.) C wirkt auf A in der Richtung AM mit der Kraft . . . . . $M cos. CAD$.

Nun sind aber die Winkel BAQ, CAR ihren Wechselswinkeln DBA, DCA und also (wegen der Gleichheit dieser letzteren) auch einander gleich, also $M cos. BAQ = M cos. CAR$. Also sind die beiden Kräfte (I.) und (III.) einander gleich und gerade entgegengesetzt; sie heben sich folglich auf. Und die Gesammtwirkung der Punkte B und C auf den Punkt A reduzirt sich auf die Vereinigung der beiden Kräfte (II.) und (IV.); diese sind ebenfalls einander gleich und geschehen beide in derselben geraden Linie AD; demnach ist die einzige Wirkung der beiden

Punkte B und C auf den Punkt A eine Anziehung (oder respective Abstoßung) mit der Kraft $2M.\cos.BAD$ nach der geraden Linie AD oder senkrecht auf die Fläche HI.

Nun läßt sich für jeden Punkt des Dreiecks FEM ein ähnlich liegender Punkt des Dreiecks GFM angeben und umgekehrt, also ist das Resultat aller Anziehungen des Kreisabschnitts FEG eine Anziehung des Punktes A in der Richtung AM. — Man sieht leicht ein, wie sich diese Schlüsse auf das ganze innerhalb des Körpers HK fallende Segment der Anziehungssphäre ausdehnen lassen, indem man durch jeden Punkt derselben und durch A eine auf die Ebene HI senkrechte Ebene legt, wodurch man jedesmal eine Figur, wie die vorliegende erhält. —

Es ist demnach erwiesen, daß der Körper $HIKL$ unter den obigen Bedingungen auf den Punkt A keine andere Wirkung ausüben kann als ihn in der Richtung AM senkrecht gegen die Ebene HI zu treiben oder auch abzustoßen.

Zweiter Satz. Man betrachte nun (Fig. 2.) einen Körper HK, der auf einer ebenen Fläche HI eine Erhöhung $MNOP$ von solcher Beschaffenheit

hat, daß kein Theil der Anziehungssphäre eines jeden Punktes dieser Erhöhung außerhalb der übrigen Begränzungsflächen des Körpers fällt (wo nämlich *HP*, *OI*, *HL*, *KI*, größer sind als 1 Zoll), so kann man auf jeden Punkt *A* dieser Erhöhung die nämlichen Schlüsse anwenden. Eine solche Erhöhung erleidet also von dem Körper *HK* gleichfalls keine andere Einwirkung als eine Anziehung senkrecht auf die Fläche *HI*.

Dritter Satz. Diese Erhöhung kann also in der Richtung *QR* (parallel mit der Ebene *HI*) durchaus keinen Widerstand darbieten; oder mit andern Worten, sie muß dem geringsten Druck in der Richtung *QR* weichen; sie würde also schon durch die bloße Schwere herunterfallen, wenn die Ebene nicht wagerecht liegt. Dieses widerspricht aber aller Erfahrung, also kann die Theorie, worauf die obigen Schlüsse gegründet sind, die Theorie, welche eine stetige Erfüllung des Raumes annimmt, nicht richtig seyn.

Ich sehe nicht ein, was sich gegen das Obige Gründliches einwenden ließe; aber zum Nutzen der

Schwachen will ich noch einige Scheingründe aus dem Wege räumen. Man könnte sagen, das Stück OM werde durch Rauhigkeiten auf der Oberfläche HI festgehalten und müßte, um sich nach QR bewegen zu können, eigentlich doch, etwa wie ein Wagenrad auf rauhem Wege, in der Richtung PM gehoben werden. Aber diese Rauhigkeiten selbst sind nichts anderes, als kleine Erhabenheiten auf der Ebene HI, es lassen sich also auf sie die nämlichen Schlüsse anwenden, sie könnten folglich selbst keinen Widerstand gegen das Zerreißen in der Richtung QR darbieten. — Dasselbe gilt von Häkchen, durch welche man auch ehmals den Zusammenhang fester Körper erklären wollte, von einem Ineinandergreifen der Körpertheile, von Fasertextur, u. s. w. welche Einwürfe alle das Nämliche, nur unter einem anderen Namen enthalten. Die Reibung sogar kann nichts anderes seyn, sobald wir sie näher beleuchten, als der Widerstand der Rauhigkeiten des Körpers (wenigstens in so fern man aus ihr meinen Schlüssen einen Einwurf bilden könnte). Sagt man, die Erhöhung $PMNO$ werde durch die Kraft der Anziehung so stark an den Kör-

per *HK* gedrückt, daß sie eine Vertiefung hinein mache, aus der sie gehoben werden müsse, so läßt sich ja das eingesunkene Stück als ein Theil des Körpers *HK* betrachten, (wenigstens wenn die Erhöhung *MO* mit ihm gleichartig ist) und könnte mit der geringsten Kraft, nach der Richtung *QR*, von dem Stücke *MO* abgerissen werden.

B) Beweis, daß auch die einzelnen Theile der Körper nicht in wirklicher Berührung mit einander stehen können.

Es ist zwar schon erwiesen, daß die Betrachtung des Raumes als eines mit Materie überall und stetig erfüllten Ganzen auf Widersprüche führt; erwiesen daher, daß man mit der bisherigen Berechnungsart der Kohäsion nicht ausreicht. Es entsteht aber noch die Frage: läßt sich nicht annehmen, daß die Körper aus einzelnen Lamellen, Fasern, Kugeln u. dgl. zusammengefügt seyen, welche mehrere Einwürfe gegen die obigen Schlußfolgen darbieten könten? — Bei der Bestreitung dieser Annahme werde ich die Uebersicht dadurch erleichtern, daß ich zuerst die Hauptmomente des Beweises hinstelle, die dabei nothwendigen Sprünge aber sogleich nachher erläutere.

a) Die Theile eines Körpers können sich nicht in Flächen berühren.

1) Da Neuton bewiesen hat, daß die Anziehung der Himmelskörper ohne merklichen Fehler in dem Verhältniß $\frac{A}{x^2}$ geschieht, (wobei x die Entfernung der Theile und A ein konstanter Faktor) so können wir bei den Anziehungen auf unserer Erde kein Anziehungsgesetz annehmen, das eine geringere negative oder gar eine positive Potenz von x enthielte.

2) Da Neuton selbst und die meisten Mathematiker nach ihm eingesehen haben, daß man für die Erklärung der Kohäsionserscheinungen mit diesem Gesetze nicht ausreicht, so muß man noch weitere Glieder hinzufügen.

3) Da diese Glieder keine ungerade Potenzen von x enthalten können, so muß man wenigstens $\frac{A}{x^2} + \frac{B}{x^4}$ annehmen, oder statt x^4 noch eine höhere Potenz.

4) Schon bei dem bloßen Gesetze $\frac{A}{x^2}$ erfordert die Vermehrung der endlichen Entfernung zweier Körper eine Kraft, die ein meßbares Verhältniß zu

der menschlichen hat; mithin würde eine solche auch nöthig seyn, um zwei Flächen zu trennen, die sich in allen Punkten berührten, wenn bloß dieses Gesetz statt fände. Bei $\frac{AB}{x^4}$ wäre die letztere Kraft schon unendlich größer als die menschliche, und wir könnten bloß noch zwei Körper trennen, wenn sich ihre Kanten der ganzen Länge nach berührten.

Ausführung der einzelnen Vordersätze dieses Beweises.

Beweis des ersten Satzes.

Wären in dem Gesetze der gegenseitigen Anziehung der Körpertheilchen noch Glieder wie $\frac{P}{x}$, $\frac{Q}{x^0}$ Rx^m, wobei m irgend eine positive Zahl bezeichnet, so müßten diese Glieder alle im Verhältniß zu $\frac{A}{x^2}$ größer werden, sobald x größer wird, denn ihr Verhältniß zu x ist der Reihe nach $\frac{Px^{-1}}{Ax^{-2}}$ oder $\frac{Px}{A}$; $\frac{Q}{Ax^{-2}}$ oder $\frac{Qx^2}{A}$; $\frac{Rx^m}{Ax^{-2}}$ oder $\frac{Rx^{m+2}}{A}$. Man sieht aber wohl, daß dieses Verhältniß bei wachsendem x wachsen muß, da A, P, Q, R konstante Größen sind. Da nun bei den großen astronomischen Entfernungen alle diese Glieder in dem Anziehungs-

gesetze unmerklich sind, so müssen sie es um so vielmehr bei einem kleineren x seyn, namentlich bei der Entfernung, in welcher sich die Körpertheilchen bei den Kohäsionserscheinungen befinden.

Auch erhellt daraus, daß das Verhältniß höherer negativer Exponenten der Entfernung merklicher werden muß, sobald diese abnimmt, z. B. $\frac{B}{x^4} : \frac{A}{x^2} = \frac{B}{Ax^2}$, ein Ausdruck, der zugleich mit X^{-2} wächst, und also für ein kleineres x größer wird als für ein größeres.

Beweis des zweiten Satzes.

Das Neutonische Gesetz gilt im Durchschnitt von den meisten Körpern unserer Erde und gibt bei allen den nämlichen Koeffizienten; denn sonst würde einerseits die Mechanik des Himmels nicht so genau mit der Erfahrung übereinstimmen, andererseits würden nicht beinahe alle Körper gleich schnell fallen. Da nun aber auch die verschiedenen Arten der Materie verschiedene Kohäsionsgesetze befolgen, so muß nothwendig außer dem Gliede $\frac{A}{x^2}$, bei welchem A für die verschiedensten Materien einerlei ist, noch ein neues Glied statt finden.

Beweis des dritten Satzes.

Würde ein Körper in seinem Anziehungsgesetze Glieder mit ungeraden Exponenten enthalten, so müßten diese Glieder, wenn sie auf der einen Seite eine Anziehung zur Folge hätten, auf der gegenüber stehenden, als der negativen, eine Abstoßung bewirken, d. h. die Anziehung des Körpers müßte polarisch seyn. Da nun aber dieses nur in besondern Fällen stattfindet, so können wir es wenigstens nicht als allgemeine Eigenschaft der Materie ansehen.

Beweis des vierten Satzes.

Man wird diesen Beweis vielleicht für unnöthig halten und sagen, bei einem Anziehungsgesetze $\frac{A}{x^m}$, müsse ja schon für $x = o$, die Anziehung von zwei Punkten unendlich groß werden. Daß dieses aber nicht wirklich der Fall ist, kann man schon daraus sehen, weil die Anziehung zweier sich berührenden Kugeln bei dem Neutonischen Gesetz noch immer eine endliche bleibt. Denn die Anziehung von zwei Kugeln verhält sich umgekehrt wie das Quadrat der Entfernung ihrer Mittelpunkte. —

Um den Grund davon auch theoretisch einzusehen

und zugleich meine Behauptungen zu beweisen, sind folgende Betrachtungen nöthig.

Wenn wir die Anziehung eines Punktes auf einen Punkt in der endlichen Entfernung x durch $\frac{A}{x^m}$ ausdrücken und A eine endliche Größe wäre, so müßte die Anziehung eines Punktes auf eine Linie unendlich groß werden, weil eine Linie unendlich viele Punkte enthält. Dieses findet statt, man nehme A so klein an, als man will. Es muß demnach A unendlich klein seyn.

Wäre nun A ein unendlich Kleines der ersten Ordnung, so daß es unendlichmal genommen endlich würde, so wäre die Anziehung eines Punktes gegen eine Linie endlich, aber die Anziehung einer Linie gegen eine andre doch wieder unendlich groß, weil jeder Punkt der einen Linie gegen die zweite eine endliche Kraft ausübte, und die Zahl der Punkte der ersteren Linie gleichfalls unendlich ist, also die endliche Kraft eines einzelnen Punktes unendlichmal genommen werden müßte.

Damit also die gegenseitige Anziehung zweier Linien in endlicher Entfernung eine unendliche werde, muß A ein unendlich Kleines der zweiten Ordnung

seyn, oder in der Sprache der Differentialrechnung eine Größe von der Form $d^2 M$ enthalten.

Tragen wir jetzt diese Schlüsse auf den Körper über, so verhält sich die Anziehung des Körpers auf einen Körper zu der Anziehung des Punktes auf den Punkt, wie ein Endliches zu einem unendlich Kleinen der sechsten Ordnung. Denn ein Punkt findet auf der Linie unendlich viele Punkte, auf der Fläche unendlich viele Linien, im Körper unendlich viele Flächen; also ist die Anzahl der Punkte, die aus dem Körper auf ihn wirken, ein unendlich Großes der 3ten Ordnung. — Jeder Punkt eines Körpers erleidet von dem zweiten Körper eine solche Anziehung; diese muß daher noch mit der Anzahl seiner Punkte (d. h. auch einem unendlich Großen der dritten Ordnung) multiplizirt werden und bietet auf diese Art ein unendlich Großes der sechsten Ordnung dar.

Bei diesen Schlüssen ist keine Rücksicht darauf zu nehmen, daß einige Punkte der anziehenden Körper größere Anziehung äußern, als andere; denn ein unendlich Großes oder Kleines ändert seine Dimension der Unendlichkeit nicht, wenn es auch mit der größten endlichen Zahl multiplizirt oder dividirt wird,

und hier handelt es sich ja nur von der Dimension der Unendlichkeit. Das veränderliche Glied x^m muß aber immer endlich bleiben, da wir eine endliche Entfernung der Körper vorausgesetzt haben.

Drücken wir ein unendlich Großes der *mten* Ordnung durch ∞^m, ein unendlich Kleines der *mten* Ordnung durch o^m aus, so muß bei der Anziehung $\frac{A}{x^m}$ der Koeffizient $A = o^6$ seyn, wenn die Kraft der Anziehung zweier Körper durch menschliche Kraft gemessen endlich seyn soll. Es hat nämlich die Anziehung zweier Körper gegen die menschliche Kraft ein endliches Verhältniß, wie wir aus dem Widerstand sehen, den irgend ein Gewicht äußert, das wir tragen, und also seiner Anziehung gegen die Erde entgegenwirken wollen. Wäre der Widerstand unendlich klein, so würden wir ihn nicht fühlen; wäre er unendlich groß, so würde unsere Kraft nicht zureichen, ihn zu überwinden.

Die Anziehung von zwei kleineren Körpern auf einander ist uns zwar nicht fühlbar; da sie aber zur Anziehung der ganzen Erde auf den schwersten Körper noch immer ein endliches Verhältniß hat, so muß sie es auch zu der menschlichen Kraft haben; denn der

trillionste Theil einer endlichen Zahl ist noch immer nicht Null, sondern nur eine sehr kleine endliche Zahl.

Das, was wir Gewicht nennen, und wodurch wir die für uns endlichen Kräfte messen, ist nichts anderes, als die Anziehung von zwei Körpern in endlicher Entfernung, namentlich die Anziehung der Erde auf unsere Gewichtsteine. Ist nun das Gesetz der Anziehung von 2 Punkten $= \frac{A}{x^2} + \frac{B}{x^4}$, so muß (der Dimension nach) A und B, durch Gewichte ausgedrückt, $= 0^6$ seyn, damit die Anziehung der Körper endlich bleibe.

Die Anziehung von zwei Flächen wird daher $\infty^4 \left(\frac{0^6}{x^2} + \frac{0^6}{x^4}\right)$, (indem ich aus den obigen Gründen bei der Betrachtung der Unendlichkeitsdimension alle endlichen Größen vernachläßige), oder sie ist $= \frac{0^2}{x^2} + \frac{0^2}{x^4}$; also in endlicher Entfernung ist sie unendlich klein. Berühren sich nun die Flächen in allen Punkten, so wird $x = o$, und die Anziehung $= \frac{0}{0} + \frac{1}{0^2}$, oder unendlich, und keine menschliche Kraft wäre im Stande, zwei solche Flächen zu trennen.

Die Anziehung von zwei Linien in endlicher Entfernung bei der angegebenen Beschränkung wird $\infty^2 \left(\frac{0^6}{x^2} + \frac{0^6}{x^4}\right)$. Bei einer Berührung der Länge nach wird $x = 0$, und die Anziehung $\infty^2 \left(\frac{0^6}{0^2} + \frac{0^6}{0^4}\right)$ oder $0^2 + \frac{0}{0}$, d. h. sie wird endlich.

b) **Die Theile eines Körpers können sich nicht in Linien oder Punkten berühren.**

Da sich die Körpertheilchen nicht in Flächen berühren können, so könnte man den Körper bloß aus Blättchen oder Fasern zusammengesetzt denken, die dann mathematische Flächen oder Linien wären. Solche Blättchen oder Linien würden aber dann einer senkrecht darauf wirkenden Kraft einen verhältnißmäßig unendlich kleinen Widerstand darbieten, oder mit andern Worten, ein Körper könnte von der geringsten Kraft zusammengedrückt werden, ungefähr wie ein aus dünnem Papiere gemachtes Fachwerk. Aus Punkten aber läßt sich ein Körper nicht konstruiren, sobald sich dieselben berühren sollen; denn Millionen von Punkten nehmen nicht mehr Raum

ein, als ein einziger. — Es ist also nur noch übrig anzunehmen, daß die Theile eines Körpers von einander getrennt seyen.

Eine Verstärkung des Beweises dafür, daß die Körper weder aus sich berührenden Lamellen, noch aus Fasern bestehen können, fließt aus der Durchsichtigkeit. Solche Lamellen oder Fasern könnten nämlich nicht parallel liegen, weil sich sonst die Theile eines Körpers in dieser Richtung abschieben ließen, sie können auch nicht wohl von einem System anderer paralleler Lamellen oder Fasern durchkreuzt seyn, wenigstens nicht bei dem Wasser und andern Flüssigkeiten, weil man, außer anderen Einwürfen, diesen Parallelismus höchstens durch die sehr unwahrscheinliche Hypothese einer bei allen Körpern stattfindenden kosmischen Polarität erklären könnte. Lägen aber die Lamellen oder Fasern verworren durcheinander, so könnte der Körper nicht durchsichtig seyn, aus ähnlichen Gründen, aus welchen der Schnee, gestoßenes Glas ꝛc. nicht durchsichtig sind. Wie die Durchsichtigkeit der Körper bei meiner Ansicht möglich ist, wird unten bei der Lehre vom Licht erklärt werden.

C) Beweis, daß das Anziehungsgesetz aus positiven und negativen Gliedern zusammengesetzt seyn muß, oder daß neben der Anziehung auch noch Abstoßung statt findet.

Da sich die Theile eines Körpers nicht berühren können, so muß eine Kraft da seyn, um sie auseinander zu halten. Dieses ließe sich nun zwar von den in der Mitte befindlichen Theilen so erklären, daß sie von den am Rande befindlichen nach allen Seiten angezogen würden und deshalb im Gleichgewicht wären. Was soll aber die äußersten Theile abhalten, sich der Mitte immer mehr zu nähern? Die Theile eines Körpers müßten, wenn keine Abstoßung statt fände, endlich in wirkliche Berührung treten.

Wer bis hieher meinen Schlüssen geduldig gefolgt ist und, ihre Nothwendigkeit zugebend, an dem Gedanken strauchelt, es sey absurd, gegen das Zeugniß der Sinne eine wirkliche Berührung der Körpertheile zu läugnen, der wird gebeten, die beiden folgenden Abschnitte zu lesen, wo er, wie ich hoffe, auch gegen diesen Zweifel die gewünschten Aufschlüsse erhalten soll.

Zweiter Abschnitt.

Darlegung und Begründung meiner Kohäsionstheorie.

Meine Ansicht von der Beschaffenheit und den Kräften der Materie ist in dem vorigen Abschnitte schon auf eine negative Art dargestellt und begründet, indem ich dort die entgegengesetzten Ansichten verworfen und widerlegt habe. Zu größerer Deutlichkeit halte ich es jedoch für zweckmäßig, nochmals einen kurzen Ueberblick der meinigen, frei von Polemik, zu geben und die negativen Beweise jenes Abschnittes hier zu ergänzen. Eine noch weitere Ausführung und Begründung wird der dritte Abschnitt enthalten, wenn man anders die Leichtigkeit, viele bisher unerklärte Erscheinungen dadurch zu erklären, wenigstens für eine Verstärkung der gründlicheren Beweise gelten lassen will.

Zufolge der Erörterungen des vorigen Abschnitts,

hat meine Theorie der Kohäsionserscheinungen zwei Eigenthümlichkeiten: die Art, wie ich mir die Materie konstruirt denke, und das Gesetz, welches ich für die gegenseitige Anziehung der kleinsten Theile aufstelle.

Was die Art betrifft, wie ich mir die Materie konstruirt denke, so nehme ich an, sie bestehe aus Theilen, welche sich nicht berühren, welche sich in einer wirklichen und endlichen Entfernung von einander befinden, und welche innerhalb des Raumes oder des mathematischen Körpers, der die Figur des physischen umschließt, disseminirt sind.

Diese Theilchen können nun entweder bloße mathematische Punkte seyn, oder einen Raum ausfüllen. Im letztern Falle sind sie durch die mechanischen Kräfte unserer Erde nicht weiter trennbar. Denn alle mechanische Kräfte, die wir kennen und anzuwenden vermögen, stehen in einem endlichen Verhältnisse zur Kraft der Menschen und bleiben daher immer endlich; nach dem Obigen würde aber eine unendliche Kraft zur Trennung eines massiven Körpers erfordert, dessen Theile sich in einer Fläche berühren.

Was nun die Entfernung und Größe dieser Kör-

pertheilchen betrifft, so sieht man sogleich ein, daß die erstere eine wirkliche und endliche seyn muß; denn sonst würden sich die Theilchen berühren, was nach dem vorigen Abschnitte nicht der Fall ist. — Auf der andern Seite müssen diese Theilchen wenigstens so klein seyn als die kleinsten Theile, in welche wir die Materie zerlegen können, und ihre Entfernung kann nicht über das Doppelte des Durchmessers der letzteren Theile betragen. Gesetzt, man habe ein feines Goldstäubchen, so enthält dieses doch immer wenigstens einen der Theile, aus denen das Gold zusammengesetzt ist, da dieselben keine weitere mechanische Trennung zulassen. Man nehme nun ein doppelt so großes Stäubchen, so ist in diesem Raume mehr Gold als in dem vorigen, es muß also wenigstens ein zweites Goldtheilchen hinzugekommen seyn, das sich in seiner gewöhnlichen Entfernung befindet; diese Entfernung kann aber offenbar nicht größer seyn, als der Durchmesser des größeren Goldstäubchens. Eigentlich sollte die Entfernung von einem Mittelpunkt der Goldstäubchen zum andern gemessen werden, sie fällt also noch viel kleiner aus. — Da nun die Theilbarkeit der Materie durch mechanische

Kräfte sehr weit gehen kann, wozu man die Belege in jedem Lehrbuche der Physik findet; so müssen auch die Theilchen sowohl, als ihre gegenseitige Entfernung sehr klein angenommen werden.

Nebenbemerkung. Meine Theorie hat durch die Körpertheilchen, Atome oder Molekulen, aus welchen ich die Materie bestehen lasse, eine scheinbare Aehnlichkeit mit den älteren Ansichten der atomistischen Systeme. Nun sollte zwar bei mathematisch-physischen Sätzen die bloße Aehnlichkeit mit irrigen Meinungen keinen Einwurf begründen; aber es ist doch auch sehr natürlich, daß man nicht gerne ein Feld von Neuem durchwandelt, von dem man schon öfter nach mühsamen Forschen keine Frucht zurückgebracht hat; und es ist nicht zu läugnen, daß die meisten atomistischen Theorien nicht viel besser gewesen sind, als Romane über die Physik, welche die Einbildungskraft angenehm beschäftigten, aber den forschenden Verstand leer ausgehen ließen. Deshalb halte ich es nicht für überflüssig, darauf aufmerksam zu machen, durch was sich meine Kohäsionstheorie wesentlich von den atomistischen Ansichten unterscheidet. Dieser Unterschied nun

erhellt einerseits aus dem oben aufgestellten Satze, daß sich die Körpertheilchen bei mir nicht berühren; er ist aber besonders darum ein wesentlicher, weil ich über die Figur dieser kleinsten Theilchen durchaus keine Hypothesen aufstelle. Man wird nämlich in der Folge finden, daß ich auf die Figur derselben nicht nur durchaus keine Rücksicht nehme, sondern daß ich es auch ganz unausgemacht lasse, ob sie noch überhaupt eine Größe haben; man wird finden, daß ich bloß als höhere Wahrscheinlichkeit die Ansicht hinstelle, diese Körpertheilchen könnten mathematische Punkte ohne alle Größe seyn, und zwar, weil sich unter dieser Annahme die chemische Durchdringung leichter, aber auch nur leichter, erklären läßt. In jedem Falle wird man finden, daß ich niemals von der Form unendlich kleiner Theile spreche, was ein Haupteinwurf gegen viele atomistische Systeme ist.

Die von mir angenommenen Körpertheilchen sind also von einander getrennt, sie sind bei einem homogenen Körper natürlich von gleicher Beschaffenheit und bei gleich dichten homogenen Körper auch gleich weit von einander entfernt. Wir können einen jeden Körper als ein System solcher Körpertheilchen be-

trachten, die im Vakuum disseminirt und unter sich im Gleichgewicht sind. Ist dieses Gleichgewicht von der Art, daß eine beträchtliche Kraft erfordert wird, es zu verletzen, dann haben wir einen festen Körper.

Da nun diese Körpertheilchen an sich sehr klein sind und immer von einander getrennt bleiben, so können wir alle ihre Anziehungskraft in ihrem Schwerpunkte konzentrirt denken, wir können sie also als bewegliche Punkte betrachten, von denen Kräfte ausgehen, so wie in der Astronomie meistens bloß der Mittelpunkt der Planeten in seiner Bewegung und Wirkung auf andere betrachtet wird. Ohne also diese Körpertheilchen als wirkliche Punkte anzusehen, wird man keinen Anstoß daran finden, wenn ich sie in der Folge Punkte nenne und diesen Punkten Beweglichkeit, Beharrungsvermögen und Anziehungskräfte zuschreibe.

Nebenbemerkung. Um keinen Anstoß zu geben, und überhaupt, um das Erwiesene von den bloßen Spekulationen der Phantasie zu trennen, habe ich mich sorgfältig gehütet, diese Körpertheilchen für Punkte wirklich auszugeben. In einer Nebenbemerkung kann es mir aber wohl erlaubt seyn, Gründe für diese

Ansicht aufzustellen, nur muß ich ernstlich warnen, solche metaphysische Wahrscheinlichkeiten mit meiner physisch-mathematischen Theorie nicht zu verwechseln; meine Theorie ist nirgends darauf gestützt. — Folgende Betrachtungen bewogen mich die Körpertheilchen für bloße Punkte zu halten. Ein beweglicher Punkt hat in sich nichts Widersprechendes, denn der Mittelpunkt einer bewegten Kugel ist immer auch ein bewegter Punkt; daß ein solcher Punkt nicht von selbst seiner Bewegung ein Ende machen oder eine andere Richtung annehmen könne, ist eben so unerklärlich, aber auch eben so einleuchtend als das Gesetz der Trägheit bei raumerfüllenden Körpern. Aber kann ein Punkt, der doch eigentlich keine Materie enthalten kann, wie man sie sich gewöhnlich denkt, noch eine Kraft ausüben, kann er noch Anziehung, noch Beharrungsvermögen im aktiven Sinne haben? Das ist ein starker Einwurf. Es läßt sich nicht erklären, wie eine Kraft an einen Punkt, an einen bloßen Ort festgebunden seyn kann. Wie aber kann man es erklären, daß etwas höchst immaterielles, z. B. die Aktio in Distans, überhaupt an einen Körper, wie die Seele an den Leib gebunden ist? Beide Fra-

gen sind für uns gleich unerklärlich; die Möglichkeit der letzteren läßt sich a posteriori erweisen, also dürfen wir bei der ersteren auch so verfahren. Daß von einem beweglichen Punkte eine Kraft ausgehen kann, wie wenn sie daran gebunden wäre, das sehen wir in der Astronomie vor Augen. Hätten die Sterne keinen andern Zweck als ihre Bewegung und ihre Anziehungskraft, so könnten sie eben so gut bloße Punkte seyn. Denn ihre Wirkung auf andere verhält sich ganz so, wie wenn sie bloß von ihrem Mittelpunkt ausginge. Wenn wir schon nicht begreifen können, wie ein beweglicher Punkt Kräfte ausüben kann, so können wir es eben so wenig begreifen, wie dieses von einer beweglichen Materie geschehen soll. Die Möglichkeit leidet also keinen Einwurf, der nicht zugleich alle physischen Systeme überhaupt umwärfe; die Wirklichkeit aber wird dadurch wahrscheinlich werden, daß ich alle Naturerscheinungen in der Folge erklären werde, ohne für diese Punkte irgend eine Form und Größe anzunehmen. Denn da die Natur bekanntlich immer aufs Sparsamste zu Werke geht, so ist es hinlänglich, nachgewiesen zu haben, daß sie ohne Materie ausreichen kann, um dieses auch für das Wahr-

scheinlichste zu halten. Die beträchtlich erleichterte und vereinfachte Darstellung der chemischen Durchdringlichkeit unter dieser Annahme spricht auch zu ihren Gunsten. Die Möglichkeit aber und die Art, wie ein solches System von bloßen Punkten unseren Sinnen als ein raumerfüllender, durch Flächen begränzter Körper erscheinen könne, wie es sich erklären lasse, daß zwei aus bloßen Punkten bestehende Körper physische Verschiedenheiten in Farbe, Geruch, Geschmack ꝛc., darbieten können, ist im dritten Abschnitt aus Gelegenheit der Figur der Körper ꝛc. auseinander gesetzt und mit Gründen belegt. — Doch dieses alles ist nicht meine Kohäsionstheorie; es sind hingeworfene Ideen und metaphysische Spekulationen, die noch immer angenommen oder verworfen werden können, wenn man sich von der Richtigkeit der letzteren überzeugt hat.

Ich habe bis hieher meine Ansichten über die Konstruktion oder den inneren Bau und das Wesen der Materie vorgelegt und Gründe dafür entwickelt. Nun ist nur noch übrig, die Beschaffenheit der Anziehungskräfte der Körpertheilchen, so weit es angeht, zu untersuchen und die Möglichkeit

nachzuweisen, wie man durch Versuche das für sie aufzustellende Gesetz prüfen, wie man für die darin befindlichen, unbestimmt gelassenen, Koeffizienten und Exponenten durch Erfahrung wichtige Relationen auffinden, oder vielleicht diese selbst in Zahlen, wenigstens näherungsweise, bestimmen könne.

Ich betrachte zu diesem Zwecke anfangs nur zwei Punkte, (denn so heiße ich von jetzt an die Körpertheilchen) *A* und *B* (Fig. 3.) und werde in der höchsten Allgemeinheit alle möglichen Arten durchgehen, wie sie auf einander wirken könnten.

1) Man kann annehmen, der eine dieser Punkte verändere das Wesen des andern; nämlich, wenn *A* ein Eisentheilchen wäre und *B* ein Bleitheilchen, so könnte *B* durch seine Einwirkung jenes gleichfalls zu Blei oder auch zu etwas anderem, wie Kupfer u. s. w. machen. — Einer solchen Annahme stehen nun allerdings keine Gründe a priori entgegen; aber ein dunkles, aus der Erfahrung entstandenes Gefühl nicht nur gewöhnlicher Menschen, sondern auch der geübten Physiker widerstrebt ihr. Es geht, so weit unsere Beobachtung reicht, niemals eine Verwandlung, Vernichtung oder Entstehung chemisch-einfacher Stoffe

vor, und dieser Erfahrungssatz ist so augenscheinlich, daß selbst die Alchemisten die Metalle für zusammengesetzte Körper und die Verwandlung derselben für eine bloße Mischung und Entmischung ansahen. — Was würde aber auch aus der Annahme einer solchen Hypothese folgen? — Kein praktisches Resultat, nichts als etwa der Beweis, daß eine wissenschaftliche Physik ein Unding sey. — Ließe sich aber auch eine solche Verwandlung bei der bisherigen Betrachtungsart der Materie denken, so würde sie bei meiner Ansicht noch widersinniger, da die Punkte nicht in wirkliche Berührung treten und dieses Wunder schon aus der Entfernung hervorbringen müßten.

2) Die beiden Punkte können einander drehen. — Diese Annahme ist insofern leicht denkbar, als man die beiden Punkte noch einen Raum einnehmen läßt, und das Wort, Punkt, als abgekürzten Ausdruck für kleinste zusammenhängende Körpertheilchen ansieht. Solche Theilchen müssen dann unstreitig verschiedene Seiten haben, und eine Seite des Punktes *A* kann von dem Punkte *B* vorzugsweise angezogen werden, während eine andere vielleicht keine Einwirkung erleidet, oder gar abgestoßen wird. In solchen

Fällen werden sich unsere Atome oder Körpertheilchen ungefähr auf ähnliche Art verhalten, wie die aus Magnet geformten Terrellen des Engländers William Gilbert. — Schwieriger aber wird die Sache bei der Ansicht, welche ich oben nicht nur als möglich, sondern sogar als die wahrscheinlichere angegeben habe, bei der Ansicht, daß die Körpertheilchen wirkliche mathematische Punkte ohne Größe seyen. Bei einem Punkte giebt es keine unterscheidbaren Theile, also auch keine Seiten; das Oben, Unten, Vorne, Hinten, Rechts oder Links existirt nicht an ihm, sondern außer ihm; ein rein mathematischer Punkt kann sich also nicht drehen. Aber diese Schwierigkeit fällt sogleich wieder hinweg, wenn man bedenkt, daß unsere Punkte zwar mathematische sind, daß sie aber zugleich physische Eigenschaften haben, daß sie namentlich der Ort sind, von welchem Kräfte ausgehen. Diese Kräfte können nun nach verschiedenen Richtungen verschieden seyn; es kann nach Norden Anziehung, nach Süden Abstoßung, nach Osten und Westen keine Wirkung, nach den mittlern Richtungen ein Uebergang durch mittlere Kräfte von der Anziehung bis zur Null, von der Null bis zur Abstoßung statt fin-

den. Wenn sich nun vermöge der Einwirkung des Punktes *B* diese Eigenschaften des Punktes *A* in regelmäßigem Stufengange so ändern, daß die Anziehung von Norden allmählig nach Osten, die Abstoßung von Süden nach Westen, die Indifferenz von Osten und Westen nach Süden und Norden übergeht, und sich diese Kräfte in den neuen Richtungen äußern, so kann man allerdings sagen, der Punkt *A* sey gedreht worden. — Solche Drehungen bei Punkten von polarischer Anziehungskraft haben also nichts in sich Widersprechendes; sie sind sogar sehr wahrscheinlich und werden im dritten Abschnitte nochmals berührt werden. Zur Vereinfachung der Untersuchung betrachte ich aber zunächst unpolarische Körper, und bei diesen kann die Drehung der konstituirenden Punkte von keinem Einflusse seyn.

5) Die beiden Punkte können streben, einander aus ihrem Orte zu bewegen. — Diese Ortsbewegung nun kann man entweder in Beziehung auf ihre Richtung, oder in Beziehung auf die darauf verwandte Kraft untersuchen.

Die Richtung der Bewegung könnte, an sich betrachtet, freilich jede mögliche, und der beschriebene

Weg geradlinigt oder krummlinigt seyn. Aber einmal kann man, freilich bloß bei unpolarischen Körpern, den Satz des zureichenden Grundes zu Hülfe nehmen; denn es läßt sich keine Ursache angeben, warum der angezogene Punkt eher nach einer Seite als nach der andern von der Verbindungslinie beider Punkte abweichen sollte: und dann, wenn man diese metaphysische Art des Beweises in dem vorliegenden Falle nicht für streng mathematisch gelten lassen will, wird jeder Physiker aus ähnlichen Gründen, wie Nro. 1., gerne zugeben, daß die Richtung dieser Bewegung in der geraden Linie AB, welche die beiden Punkte verbindet, oder auch in ihrer Verlängerung liegt.

Ich stelle also für unpolarische Körper den Satz fest: Zwei Punkte A und B können keine andere gegenseitige Einwirkung haben, als daß sie einander in der Richtung AB oder ihrer Verlängerung zu bewegen streben.

Die Kraft, womit der Punkt A den Punkt B in der Richtung AB zu bewegen strebt, bezeichne man mit dem Buchstaben Q. Sie kann eine Funktion seyn

a) von der **absoluten** oder **relativen** Zeit,

b) von der **absoluten** Lage der Punkte, oder von ihrer **relativen** Lage gegen andere Körper.

Als Erläuterung dieser vier Fälle kann die Anziehung eines Magnets dienen. Es ist bekannt, daß die Abweichung des Magnets zu verschiedenen Zeiten verschieden ist; es läßt sich ebenso denken, daß unter sonst gleichen Umständen die Anziehungskraft desselben sich mit der Zeit ändert, so daß sie in einem gewissen Jahre sich stärker oder schwächer äußert als in einem andern. In diesem Falle wäre sie von der absoluten Zeit abhängig. — Es ist ferner bekannt, daß man die Anziehungskraft eines Magnets verstärken kann, wenn man ihn längere Zeit hindurch ein Gewicht tragen läßt, die magnetische Kraft ist also eine Funktion von der Dauer oder relativen Zeit ihrer Einwirkung. — Endlich ist die magnetische Abweichung an verschiedenen Oertern unserer Erde verschieden; sollte dieses nicht auch von der Anziehungskraft des Magnets gelten können. Es würde sich dann diese Anziehungskraft nach der relativen Lage gegen unsern Erdkörper richten; und was sollte der Annahme entgegenstehen, daß sogar der absolute Ort

oder die Stelle im Raume überhaupt, Einfluß darauf hätte? — Die hier gegebenen Beispiele dienen aber nicht bloß zur Erläuterung der Begriffe, sie sind zugleich Belege für die Möglichkeit, daß die gegenseitige Anziehung der Körper von solchen Umständen abhängig seyn könne. Aber diese Gesetze treten gewiß nur in äußerst wenigen Fällen merklich ein, sie sind vielleicht beim Magnete selbst nur scheinbar; die Verstärkung der Anziehung bei längerm Einwirken dürfte sich namentlich durch ein innigeres Anpressen oder durch Polaritäts-Veränderungen (Umdrehung polarischer Punkte) erklären lassen. Es mögen daher auch die vier aufgezählten Fälle unbeachtet bleiben, bis eine weitere Ausbildung meiner Theorie ihre Untersuchung erleichtert.

c) Q kann auch noch von folgenden Umständen abhängen. Wir können es mit einem polarischen Körper zu thun haben, d. h. mit einem Körper, dessen Punkte nach verschiedenen Seiten verschieden wirken: diese Verschiedenheit mag nun darin bestehen, daß der Punkt A den Punkt B nach gewissen Richtungen anzieht, nach andern abstößt, oder sie mag bloß durch die ungleiche Größe der Anziehung bedingt seyn. In

allen diesen Fällen muß natürlich das Gesetz der Stetigkeit eintreten; wenn (Fig. 3.) der Punkt *A* den Punkt *B* in der Richtung *BA* anzieht und den nämlichen Punkt an der Stelle *C* in der Richtung *AC* abstößt, so kann der Uebergang von der positiven Anziehung zu der negativen nicht plötzlich geschehen, sondern es müssen Zwischenkräfte statt finden, und dieses sind die Winkelrichtungen *AD*, *AE*, *AF*. In den genannten Winkelrichtungen muß die positive Anziehung durch allmähliges Abnehmen Null geworden seyn, ehe sie sich wieder zur negativen erheben kann, und auch das Letztere muß eben so stufenweise geschehen. Man kann im Allgemeinen den Satz aufstellen: wenn *A* auf den Punkt *B* in der Stelle *B* eine gewisse Kraft ausübt, und in der Stelle *F* eine andere mit gleichem oder ungleichem Vorzeichen; so muß für jede beliebige Kraft, deren Größe zwischen die beiden genannten fällt, sich ein Abweichungswinkel *BAD*, *BAE* finden lassen, bei welchem diese neue Kraft ausgeübt wird. Mit andern Worten: die Kraft *Q* ist eine Funktion des Winkels *DAB*, den die Anziehungslinie *AD* mit irgend einer bestimmten Richtung *AB* macht.

Zu Vereinfachung der Darstellung habe ich angenommen, die verschiedenen Stellen, an welchen sich der Punkt B befinden könne, liegen sämmtlich in einer und derselben Ebene. Um nun aber die Sache in ihrer höchsten Allgemeinheit aufzufassen, müssen wir uns (Fig. 4.) durch den Punkt A drei Achsen EF, CD, GH senkrecht auf einander gelegt denken, (nämlich GH senkrecht auf die Ebene der beiden andern). Dann kann die Größe der Wirkung des Punktes A auf den Punkt B auch eine Funktion von den drei Winkeln seyn, welche die gerade Linie AB mit diesen drei Achsen macht. Das Wort, Funktion, ist hier in der engern Bedeutung gebraucht, welche die willkührlichen und zufälligen Funktionen (Functiones discontinuas) ausschließt; es ist aber hier von einer mittelbaren Funktion der genannten Winkel die Rede, da auch noch die Entfernung eine Aenderung der Anziehungskraft bewirken kann.

Im Uebrigen können die drei Achsen CD, EF, GH selbst ihre Lage gegen den Weltraum ändern, nur muß diese Aenderung ebenfalls stetig geschehen, und das ist dann die Drehung des Punktes A, von welcher eben die Rede war.

Der so eben betrachtete Fall des Anziehungsgesetzes kann bloß bei polarischen Körpern eintreten; er fällt also hier weg, wo wir uns zunächst mit unpolarischen Körpern beschäftigen werden, und somit bleibt uns also nur noch ein vierter Fall übrig, den wir als möglich annehmen können:

d) Q ist eine Funktion der Entfernung AB.

Um diese Funktion aufzufinden, geben wir ihr zuerst die allgemeinste Form, welche eine mathematische Funktion haben kann;

$Q = Ax^m + Bx^n + Cx^o + Dx^p +$ 2c. 2c.

wobei $A, B, C, \ldots; m, n, o, \ldots$, jede mögliche konstante Größe vorstellen, und namentlich positiv, negativ, oder auch $= o$ seyn können.

Bei näherer Betrachtung der Sache finden wir nun zuerst, daß die Exponenten $m, n, o \ldots$ sämmtlich negativ und größer als 1 seyn müssen. (Dieses ist oben p. 15 erwiesen.) Wir können wenigstens alle andere Glieder, wenn sie auch in der Natur vorhanden sind, gänzlich unbeachtet lassen; da sie auf keine Erscheinung in unserem Sonnensystem ihren Einfluß äußern. — Das Umgekehrte wäre freilich der Fall, wenn Betrachtungen

über die Gestalt der Milchstraße und die Lage der Nebelsterne angestellt werden sollten. Da müßten die Glieder $\frac{B}{x^3}$, $\frac{C}{x^4}$ ꝛc. neben $\frac{A}{x^2}$ verschwinden; andere Glieder $\frac{P}{x}$, Q, Rx, ꝛc. aber könnten einen merklichen Einfluß bekommen.

Außerdem erhellt aus dem angeführten Beweise, daß A desto merklicher wird, je größer die Entfernung ist, und da es in der Astronomie abgesondert in die Beobachtung fällt und sich bei den astronomischen Rechnungen positiv verhält, so muß A eine positive Zahl seyn.

Die Exponenten m, n, o... müssen ferner lauter gerade Zahlen seyn. (S. p. 17).

Nach den vorausgeschickten drei Sätzen hat nun bei unpolarischen Körpern, an welchen wir zunächst das Anziehungsgesetz zur Anwendung zu bringen suchen werden, dieses Gesetz folgende Gestalt:

$$Q = Ax^{-2} + Bx^{-4} + Cx^{-6} + +$$

$$\text{oder} = \frac{A}{x^2} + \frac{B}{x^4} + \frac{C}{x^6} + +,$$

wobei in der Entfernung der Himmelskörper das zweite und die folgenden Glieder neben dem ersten verschwinden. Dieses erste Glied, welches eben das

Neutonische Anziehungsgesetz enthält, ist demnach positiv.

Von den Koeffizienten A, B, C.... läßt sich aber im Allgemeinen nichts weiter sagen, als daß A positiv seyn müsse; die übrigen können positiv, negativ oder null seyn. Ich werde nun versuchen, auf einen Weg hinzudeuten, wie man sie durch Versuche bestimmen kann.

Anmerkung. Der hier gegebene Beweis paßt nur auf solche Körper, welche einen Theil der Masse unserer Erde ausmachen, und von denen man mit Recht annehmen kann, daß sie bei der astronomischen Anziehung mitwirken. Es giebt freilich einige, von denen sich dieses nicht behaupten läßt, z. B. das Licht, die Wärme und andere sogenannte Imponderabilien. Bei diesen können allerdings noch andere Glieder in dem obigen Ausdrucke statt finden, auch kann bei ihnen A null oder negativ werden. Indessen können diese Körper, deren Körperlichkeit sogar noch im Zweifel steht, vor der Hand unbeachtet bleiben.

Wichtiger ist die Frage, ob denn überhaupt außer dem ersten, schon durch Neuton aufgestellten Gliede auch noch andere Glieder aufzunehmen seyen; um so

mehr; als die so genau zutreffenden astronomischen Rechnungen von keinem weitern Gliede als dem ersten etwas wissen. — Hierauf dient zur Antwort, erstens, daß der Widerspruch mit den Gesetzen der Astronomie bloß ein scheinbarer ist; denn $\frac{B}{x^4}$ kann an der Erdoberfläche größer werden als $\frac{A}{x^2}$, und dennoch schon in der Entfernung des Mondes neben ihm verschwinden, weil es mit dem Quadrate der Verhältnißzahl dividirt wird, um welche die zweite Entfernung größer ist als die erste. Noch mehr gilt dieser Schluß von Cx^{-6}, Dx^{-8} ꝛc. ꝛc. Zweitens ist schon oben, bei der Widerlegung aller bisherigen Kohäsionstheorien, bewiesen worden, daß sich die Kohäsion nicht durch bloße Anziehung erkären lasse; es muß also in dem Ausdrucke wenigstens ein negativer Koeffizient statt finden, und der Ausdruck also wenigstens 2 Glieder enthalten.

Nachdem ich oben schon bewiesen habe, daß man Abstoßungen oder negative Glieder im Ausdrucke für das Anziehungsgesetz annehmen müsse; so brauche ich hier bloß zu berühren, daß sehr viele Naturfor-

scher angenommen und mehr oder weniger streng dargethan haben, es lassen sich die Erscheinungen der Elastizität ꝛc. unter keiner andern Voraussetzung erklären, wodurch meine Ansicht eine weitere indirekte Verstärkung erhält.

Versuch einer Auffindung des Anziehungsgesetzes und der Prüfung desselben durch die Erfahrung.

Meine Theorie der Kohäsionskräfte ist bis hieher beinahe streng mathematisch erwiesen, und das auf solchem Wege erlangte Resultat ist nicht ganz ohne Werth. Einerseits gewährt es eine nähere Einsicht in das Wesen und die Beschaffenheit der Materie an sich, andererseits führt es zu einer leichtern Erklärung vieler Naturerscheinungen, wozu man im dritten Abschnitte die Belege finden wird. — Soll jedoch die aufgestellte Theorie wahrhaft brauchbar, soll sie auf praktische Zwecke anwendbar werden, so muß man es dahin zu bringen suchen, die unbestimmt gelassenen Exponenten und Koeffizienten in Zahlen angeben zu können. Daß diese Aufgabe zu den schwierigsten in der Mathematik gehört, sieht wohl jeder

ein. Ihre Auflösung wird wohl nie von Hypothesen frei bleiben; indessen bin ich überzeugt, daß jede, auch noch so entfernte Annäherung nicht ohne wichtigen praktischen Nutzen seyn wird. Um daher größern Mathematikern Muth zur Untersuchung zu machen, will ich selbst einen Versuch wagen, der jedoch hauptsächlich nur dazu bestimmt ist, nachzuweisen, daß die Auflösung des aufgeworfenen Problems nicht unmöglich sey. — Ich verwahre mich also auch hier vor Mißdeutung; das, was ich über das Zahlengesetz der Koeffizienten sagen werde, ist voll von Hypothesen; man kann es bezweifeln, man kann es widerlegen, ohne mich zu beschuldigen, ich gebe mich physikalisch-mathematischen Träumen hin, und wer die folgenden Hypothesen gewagt und tadelnswerth findet, ist darum noch nicht berechtigt, meine Kohäsionstheorie zu verwerfen.

Es ist zunächst nöthig, über den Zustand der Ruhe oder der Bewegung zu sprechen, worin sich die Punkte eines ruhenden Körpers befinden. Es ist klar, daß ein Körper scheinbar in Ruhe seyn könnte, dessen Punkte sich fortwährend bewegten; es könnte namentlich ein fester Körper ein Mikrokosmus

in dem Sinne seyn, daß ein Theil seiner Punkte wie die Fixsterne eine gegenseitige Ruhe behauptete, während andere, z. B. die Wärmetheilchen, sich wie Planeten um die ersteren drehten und bei Vermehrung ihrer Anzahl jene wesentlicheren Theile immer mehr von einander entfernten. In dem letzteren Falle können wir bei unveränderter Temperatur ein solches Sonnensystem in seiner mittleren Wirkung als einen einzigen Punkt betrachten.

Zu meinen folgenden Prüfungen des Kohäsionsgesetzes habe ich die Luft als die Materie der Versuche gewählt und nehme an, daß in ihr, wenn sie ruhig ist, die wesentlichen Punkte im obigen Sinne in gegenseitiger Ruhe sind, was man auch durch die geringe wärmeleitende Kraft der Luft wahrscheinlich machen kann. Bei einem Durcheinanderlaufen der Punkte würde nämlich die Wärme sich schneller vertheilen.

Ich nehme ferner an, daß es in der folgenden Rechnung keinen Fehler hervorbringe, wenn man sich diese Punkte in lauter horizontale und vertikale Schichten vertheilt denkt. Diese Annahme rechtfertigt sich durch die verhältnißmäßig große Anzahl der Theile, da ihre Entfernung ganz gering ist.

Die gleichförmige Beschaffenheit der Luft nöthigt uns anzunehmen, daß alle Punkte derselben gleich weit von einander entfernt seyen, welches auch schon der Begriff des Gleichgewichts fordert. Natürlich gilt dieß nur von einem so geringen Volumen, als bei den Versuchen vorausgesetzt werden wird.

Die zu untersuchende Luft befinde sich in einem oben horizontal verschlossenen, lothrechten Zylinder, der so weit ist, daß man den Einfluß vernachläßigen kann, den die Anziehung seiner Seitenwände auf die in ihm enthaltene Luft ausübt. Dieser Zylinder sey unten mit Quecksilber gesperrt.

Man lege nun durch irgend ein Theilchen der Luft 3 rechtwinklichte Achsen, nämlich eine vertikale und zwei horizontale, und bestimme die Lage aller andern Punkte gegen diesen durch die Koordinaten x, y, z parallel mit diesen Achsen, wobei z die vertikale Ordinate bezeichnet.

Die Entfernung eines zweiten Punktes von dem ersten ist demnach $\sqrt{x^2+y^2+z^2}$. Die Anziehung in der Verbindungslinie wird, wenn man in $\frac{A}{x^2}+\frac{B}{x^4}+\frac{C}{x^6}++$ für x diesen Werth substituirt.

$$\frac{2A}{(x^2+y^2+z^2)}+\frac{2B}{(x^2+y^2+z^2)^2}+\frac{2C}{(x^2+y^2+z^2)^3}++.$$

Ich habe die Kraft mit 2 multiplizirt, um die Einwirkung des zweiten Punktes auf den ersten auch zugleich in Rechnung zu nehmen.

Ferner ist der Sinus des Neigungswinkels, welchen die Verbindungslinie beider Punkte mit der horizontalen Ebene macht, $= \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$; mit diesem Sinus muß die Anziehungskraft multiplizirt werden, um sie nach vertikaler Richtung zu zerlegen; also ist die Wirkung der Anziehung des ersten Theilchens auf das zweite ein lothrechter Druck mit der Kraft

$$\frac{2z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\left[\frac{A}{(x^2+y^2+z^2)}+\frac{B}{(x^2+y^2+z^2)^2}+\frac{C}{(x^2+y^2+z^2)^3}++\right].$$

Man nehme jezt die Fig. 6. vor sich, wobei die stärkeren Linien die 3 Achsen vorstellen, die Entfernung der Punkte gleich der horizontalen oder vertikalen Entfernung der zärteren Linien angenommen ist, so daß nach der obigen Hypothese die Durchschnittspunkte der Linien immer zugleich die

Oerter unserer materiellen Punkte sind. Man nenne die Entfernung der Linien von einander q; so ist klar, daß die Ordinaten irgend eines Punktes von einem andern immer entweder o oder $q, 2q, 3q, 4q$ u.s.w. sind.

Man setze $x = nq$, $y = mq$, $z = pq$, und gebe der obigen Reihe die Gestalt

$$\frac{2zA}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1\frac{1}{2}}} + \frac{2zB}{(x^2 + y^2 + z^2)^{2\frac{1}{2}}} + \frac{2zC}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3\frac{1}{2}}} + +,$$

so wird das erste Glied für einen beliebigen Punkt

$$\frac{2pA}{(m^2 + n^2 + p^2)^{1\frac{1}{2}}q^2}.$$

In diesem Ausdruck müssen wir, um die gesammte Wirkung, welche der beliebige Punkt von allen andern in vertikaler Richtung leidet, zu finden, für m, n, p nach und nach alle Zahlen, von 0 bis an die Grenzfläche setzen. Der Erfahrung gemäß leiden aber die mittleren Punkte durch die Anziehung oder Abstoßung der äußersten keine merkliche Einwirkung mehr; wir setzen also alle Zahlen von 0 bis unendlich. Diese Zahlen müssen auf jede Art kombinirt hingesetzt werden, nur nicht alle drei zugleich als null.

Nämlich für $m = o$ und $n = o$ setzt man $p =$ allen positiven und negativen Zahlen, die Null ausgeschlossen; dann setzt man $m = o$, $n = 1$, und eben diese Werthe wieder für p, mit Einschluß der Null; eben so für $m = o$ und $n = 2$. Hat man nun für n alle ganze, positive und negative Zahlen gesetzt, so fängt man eben dieses Geschäft für $m = 1$, für $m = 2$ ꝛc., an, und fährt fort, bis man auch für m alle Werthe gesetzt hat.

Man erhält so eine ganze Reihe von Werthen für das erste Glied, deren Summe ich durch

$$\sum \frac{2pA}{(m^2 + n^2 + p^2)^{1\frac{1}{2}} q^2}$$

bezeichne, welche die gesammte, vom ersten Gliede herrührende Wirkung in lothrechter Richtung ausdrückt.

Bei gleichem Verfahren erhält man für das zweite Glied den Ausdruck

$$\sum \frac{2pB}{(m^2 + n^2 + p^2)^{2\frac{1}{2}} q^4};$$

für das dritte Glied

$$\sum \frac{2pC}{(m^2 + n^2 + p^2)^{3\frac{1}{2}} q^6}, \text{ u. s. f.}$$

Bei dem Summiren dieser Glieder ist A, B, C ꝛc.

so wie q unveränderlich, also wird der Ausdruck der Gesammtwirkung, welche ein beliebiger Punkt von allen andern in lothrechter Richtung erleidet,

$$= \frac{A}{q^2} \sum\sum\sum \frac{2p}{(m^2 + n^2 + p^2)^{1\frac{1}{2}}}$$
$$+ \frac{B}{q^4} \sum\sum\sum \frac{2p}{(m^2 + n^2 + p^2)^{2\frac{1}{2}}}$$
$$+ \frac{C}{q^6} \sum\sum\sum \frac{2p}{(m^2 + n^2 + p^2)^{3\frac{1}{2}}} + +.$$

Wir haben das Gefäß so groß angenommen, daß der Einfluß der Seitenwände auf die mittleren Theile kein merklicher mehr ist; es werden also alle die obigen Summationsausdrücke oder endlichen Integrale von q abhängige und in Beziehung auf dasselbe konstante Größen, und die obige Formel verwandelt sich in die einfachere

$$\frac{A'}{q^2} + \frac{B'}{q^4} + \frac{C'}{q^6} + +$$

wobei A', B', C' 2c. wieder konstante Größen sind, welche aus der Erfahrung bestimmt werden müssen.

Man denke sich nun, der Zylinder sey im Vakuum befindlich und durch ein Gegengewicht so ins Gleichgewicht gesetzt, daß kein Druck auf die darin

enthaltene Luft entsteht, außer der, welchen ihre Theile gegenseitig auf einander ausüben.

In diesem Zustande sey die Höhe der Luftsäule $= L$, die Entfernung ihrer Theile von einander $= z$: so ist wegen des Gleichgewichts

$$\frac{A'}{z^2} + \frac{B'}{z^4} + \frac{C}{z^6} + + = o;$$

woraus man z finden könnte, wenn die Koeffizienten gegeben wären.

Man lasse nun die Luftsäule von irgend einem Gewichte P zusammendrücken, welches man in der Ausübung dadurch findet, daß man den Druck der äußeren Luft zu dem aufgelegten Gewichte und zu dem des Zylinders addirt, nachdem man das letztere wegen des Einsinkens in das Quecksilber hydrostatisch reduzirt hat.

Die unter diesen Umständen gemessene Länge der Luftsäule sey $= l$, die nunmehr enger zusammengedrückten Lufttheilchen haben die Entfernung x von einander, so verhält sich der Inhalt des Zylinders in beiden Fällen wie $L:l$; aber auch wie $z^3:x^3$, also ist

$$x^3:z^3 = l:L$$

Zur Vereinfachung sey $l = k^3$, $L = K^3$, so ist

$$x = \frac{zk}{K}$$

Sind nun in einer horizontalen Schichte m Theilchen, so muß jedes die Kraft $\frac{P}{m}$ aufwärts ausüben, um das Gleichgewicht zu erhalten, also

$$-\frac{P}{m} = \frac{A'K^2}{k^2 z^2} + \frac{B'K^4}{k^4 z^4} + \frac{C'K^6}{k^6 z^6}.$$

In einem neuen Versuche sey die Länge $\lambda = f^3$, die Zahl der Theilchen in den horizontalen Schichten $= n$, ihre Entfernung $= y$, der äußere Gesammtdruck $= P'$, so ist

$$x^2 : y^2 = n : m, \text{ also}$$

$$n = \frac{mx^2}{y^2}, \text{ ferner } y = \frac{zf}{K};\ n = \frac{mx^2}{y^2} \text{ oder } = \frac{mk^2}{f^2}$$

$$-\frac{P'}{n} = \frac{A'K^2}{f^2 z^2} + \frac{B'K^4}{f^4 z^4} + \frac{C'K^6}{f^6 z^6} +$$

oder aus der ersteren Gleichung

$$-P = \frac{mA'K^2}{k^2 z^2} + \frac{mB'K^4}{k^4 z^4} + \frac{mC'K^6}{k^6 z^6} +$$

aus der zweiten, wenn man für n seinen Werth setzt

$$-P' = \frac{mA'K^2k^2}{f^4 z^2} + \frac{mB'K^4k^2}{f^6 z^4} + \frac{mC'K^6k^2}{f^8 z^6} + +$$

Es sind also in allen Versuchen bei der nämlichen Luftmenge und dem nämlichen Zylinder

$$\frac{mA'K^2}{z^2},\ \frac{mB'K^4}{z^4},\ \frac{mC'K^6}{z^6},\ \text{ꝛc.}$$

konstante Größen, welche ich $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ ꝛc. nennen will.

Dadurch erhalten wir folgende Ausdrücke:

$$-P = \frac{\mathfrak{A}}{k^2} + \frac{\mathfrak{B}}{k^4} + \frac{\mathfrak{C}}{k^6} + +$$

$$-\frac{P'f^2}{k^2} = \frac{\mathfrak{A}}{f^2} + \frac{\mathfrak{B}}{f^4} + \frac{\mathfrak{C}}{f^6} + +$$

In diesem sind P, P', k, f gegebene Größen; und es lassen sich durch Vervielfältigung der Versuche so viele Gleichungen finden, als man will.

Da die Anzahl der Glieder dieser Reihe höchst wahrscheinlich entweder endlich oder wenigstens so beschaffen ist, daß nur eine gewisse Anzahl der vorderen Glieder beachtet zu werden braucht, so kann man leicht die Koeffizienten $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ ꝛc. nach den bekannten Eliminationsmethoden bestimmen. Man nehme z. B. zuerst nur 4 Glieder an, berechne diese nach vier Versuchen, und vergleiche den gefundenen Ausdruck mit einem fünften Versuche; paßt er noch nicht, so mache man eine neue Rechnung mit 5 oder 6 Gliedern, bis man endlich so viele Glieder gefunden hat,

nach welchen sich alle weitere Versuche berechnen lassen. Dieses wäre zugleich ein Erfahrungsbeweis für die Richtigkeit der Theorie.

Man bemerke auch noch, daß

$$\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{A}} + \frac{B'K^2}{A'k^2}, \quad \frac{\mathfrak{C}}{\mathfrak{B}} = \frac{C'K^2}{B'k^2}, \ldots \text{ sind;}$$

also ist $\frac{B'}{A'} \times$ Konst.; $\frac{C'}{B'} \times$ Konst. 2c. auch gegeben.

Wenn es mir also schon bisher noch nicht gelungen ist, die Berechnung der Koeffizienten selbst aufzufinden, so habe ich doch gezeigt, wie man die Anzahl der Glieder und die Exponenten bestimmen kann, und wie sich eine sehr merkwürdige Relation der Koeffizienten auffinden läßt, die in manchen Umständen auch nützlich werden könnte.

Um zu zeigen, wie die Rechnung geführt werden müsse, wähle ich ein Beispiel von 4 fingirten Versuchen:

Bei einer Länge des Zylinders von 6,4 Zollen sey der Gesammtdruck = 216 Pfund; für die folgenden Längen 2,7 Zoll, 0,8 Zoll, 0,1 Zoll, habe man der Reihe nach den Druck 512 Pfund, 1728 Pfund, 13824 Pfund gefunden.

Man wählt die drei letzten Versuche zur Berech-

nung der drei ersten Koeffizienten, den ersten zur Probe ihrer Richtigkeit. — Da eine Länge von 1 Linie vorkommt, so setzt man diese für k, und hat für den letzten Versuch

$$(\mathrm{I.})\ -\ 13824 = \mathfrak{A} + \mathfrak{B} + \mathfrak{C}.$$

Die zweite Gleichung, mit f^6 multiplizirt, giebt

$$-\mathfrak{P}f^8 = \mathfrak{A}f^4 + \mathfrak{B}f^2 + \mathfrak{C};$$

f ist der Reihe nach $4'''$; $3'''$; und $2'''$.

Der dritte Versuch giebt

$$(\mathrm{II.})\ -\ 1728.\ 256 = 16\mathfrak{A} + 4\mathfrak{B} + \mathfrak{C}.$$

Der zweite Versuch:

$$(\mathrm{III.})\ -\ 512.6561 = 81\mathfrak{A} + 9\mathfrak{B} + \mathfrak{C}.$$

Zieht man (I.) von (II.) und dann von (III.) ab, so bleibt

$$13824 - 1728.\ 256 = 15\mathfrak{A} + 3\mathfrak{B}$$
$$13824 - 512.\ 6561 = 80\mathfrak{A} + 8\mathfrak{B}.$$

Jene mit 5, diese mit 8 dividirt, geben

$$(\mathrm{IV.})\ 4608 - 576.256 = 5\mathfrak{A} + \mathfrak{B}.$$
$$(\mathrm{V.})\ 1728 - 64.6561 = 10\mathfrak{A} + \mathfrak{B}.$$

Die Gleichung (IV.) von (V.) abgezogen, läßt

$$-2880 + 576.256 - 64.6561 = 5\mathfrak{A}.$$

oder

$$-2880 + 147456 - 419904 = 5\mathfrak{A}.$$

$$5\mathfrak{A} = -275328.$$

$$\mathfrak{A} = -55065{,}3.$$

Diesen Werth in (V.) gesetzt, giebt

$$1728 - 419904 = -550653 + \mathfrak{B}.$$

oder $\mathfrak{B} = 132477.$

Also wird die Gleichung (I.)

$$13824 = -55065{,}3 + 132477 + \mathfrak{C}$$

und daher

$$\mathfrak{C} = -91235{,}7.$$

Man wende jetzt die Gleichung

$$-\mathfrak{P}f^8 = \mathfrak{A}f^4 + \mathfrak{B}f^2 + \mathfrak{C}.$$

auf den ersten Versuch an, so sollte seyn

$$-65536.216 = -256.55065{,}3 + 16.132477 - 91235{,}7.$$

oder

$$-14155776 = -14096716{,}8 + 2119632 - 91235{,}7.$$

Dieses ist noch nicht ganz der Fall, man müßte also noch weitere Glieder annehmen, und zu ihrer Berechnung und Prüfung noch weitere Versuche anstellen. Denn die positiven Glieder dieser Gleichung verhalten sich zu den negativen = 16 : 14, und man hat sich der Wahrheit erst bis auf $\frac{1}{7}$ genähert.

Ich habe die Zahlen zu den fingirten Versuchen absichtlich nach dem Mariottischen Gesetze berechnet, um zu zeigen, daß sich meine Formel schon in 3 Gliedern demselben stark nähern kann. Da nun das Mariottische Gesetz anerkannter Weise nicht mathematisch genau, sondern nur innerhalb gewisser Gränzen richtig ist, so war es mir hinreichend, zu zeigen, daß meine Theorie mit demselben nicht im direkten Widerspruche steht.

Dritter Abschnitt.

Winke über den Nutzen der hier gegebenen Kohäsionstheorie, und ihre Vorzüge bei der Erklärung von Naturerscheinungen.

Da dieser Abschnitt zuweilen Hypothesen nöthig macht, da hie und da eine solche Hypothese noch nicht ihre gehörige Begründung hat, und da mancher Leser nur zu geneigt ist, einem Schriftsteller, der einmal sich irrt, überhaupt die Fähigkeit gründlicher Untersuchungen abzusprechen, so bin ich genöthigt, mich gegen solche Vorurtheile aufs Neue zu verwahren. Daß in dem Folgenden manche zu willkührliche Annahme vorkommt, daß sich unreife Ideen, vielleicht gar Fehlschlüsse in diesen Untersuchungen vorfinden können, das räume ich gerne ein; ein gründlicher Wahrheitsforscher möge sich aber dadurch noch

nicht zu der Voraussetzung berechtigt glauben, als ob meine ganze Theorie, als ob namentlich das früher Bewiesene eben so willkührlich, eben so irrig sey.

Die erste und wichtigste Frage ist die: wie ist **der spezifische Unterschied der Materie** möglich, und worin besteht er? Welche Erklärung läßt sich geben für das Beisammenseyn einer Menge von Eigenschaften, das uns bewegt, den einen Körper Holz, den andern Blei, den dritten Glas, den vierten Luft ꝛc. zu nennen; welche Erklärung, daß diese Eigenschaften den genannten Körpern auf eine unzerstörbare Art anzukleben scheinen, so daß wir jeden einfachen Körper nach allen mit ihm vorgenommenen mechanischen und chemischen Veränderungen immer wieder aufzufinden und zu erkennen vermögen? — An sich betrachtet scheint diese Frage unbillig; denn meines Wissens geben die Lehrbücher der von den bisher gewöhnlichen Ansichten ausgehenden Physik auch keine oder wenigstens keine gründliche Beantwortung derselben. Es würde auch wohl niemand meiner Theorie einen Vorwurf aus der Uebergehung dieser Aufgabe machen, wenn ich den Körpertheilchen noch Ausdehnung zuschriebe. Da ich nun

aber dieses nicht nur ganz unausgemacht gelassen, sondern auch mehrmals darauf hingewiesen habe, ich sey geneigter, sie für wirkliche mathematische Punkte zu halten, so muß ich allerdings darüber Aufschluß geben, wie man sich denn eine Vorstellung davon machen könne, daß Körper, die aus bloßen disseminirten mathematischen Punkten bestehen, noch wesentliche Unterschiede und bleibende Merkmale darbieten. Diese Erscheinung, die nach dem Begriff eines mathematischen Punktes so höchst widersinnig dasteht, läßt sich aber leicht einsehen, wenn man sich erinnert, daß die Punkte nur in Rücksicht auf ihre Ausdehnung rein mathematische, daß sie aber zugleich physische sind, d. h. der nach bestimmten Gesetzen bewegliche Ort, von welchem Kräfte ausgehen, die auf eine unerklärliche Art daran festgebunden sind. Daß ich die Art nicht erklären kann, wie eine Kraft an einen Punkt festgebunden seyn soll, das wird mir niemand zum Einwurf machen; wer kann es erklären, wie Kräfte an der Materie im bisherigen Sinne hängen, und doch läßt sich das Gravitationsgesetz (gleichfalls eine fest anhängende, unveränderliche Anziehungskraft) nicht wohl mehr umstoßen. Giebt man mir

aber die Möglichkeit zu, daß von einem beweglichen Punkte anziehende und abstoßende Kräfte ausgehen und in unveränderlicher Stärke an ihm haften können, so wird man sich auch gerne die weitere Annahme gefallen lassen, daß an gewisse Punkte eine stärkere oder schwächere Anziehungskraft festgebunden seyn könne als an andern, mit andern Worten, daß das obige Anziehungsgesetz bei gewissen Punkten andere Koeffizienten haben könne, als bei gewissen andern. Und eben diese Verschiedenheit der Koeffizienten ist es, in welche ich den wesentlichen Unterschied der einfachen Körper setze. Die weitere Beantwortung der Frage, wie die verschiedenartigen unterscheidenden Eigenschaften der Materie sich erklären lassen, wird man in dem weiteren Verlaufe dieses Abschnittes finden. Ich werde nämlich zeigen, wie die physischen und chemischen Eigenschaften, als Festigkeit, Flüssigkeitszustand, Elastizität, Farbe, ꝛc. eine bloße Folge des Verhältnisses der Anziehungskoeffizienten sind. Man darf also nur annehmen, die Theile eines einfachen Körpers haben die seinen Eigenschaften entsprechenden, unveränderlichen Koef-

fizienten in ihrem Anziehungsgesetze, und die ganze Sache wird keine weitere Schwierigkeit haben. Die zusammengesetzten Körper betreffend, so werde ich unten nachweisen, wie bei chemischen Mischungen zusammengesetzte Punkte mit neuen Koeffizienten entstehen können, oder Körper mit neuen chemischen und physischen Eigenschaften.

Da ich in der Folge verschiedene Eigenschaften der Körper und andere Erscheinungen aus scheinbar beliebig gewählten und den Umständen angepaßten Koeffizienten des Anziehungsgesetzes erklären werde, so kann diese Wahl der Koeffizienten, wie ich sie in jedem einzelnen Falle zur Erklärung nöthig habe, manchem beim ersten Anblicke als etwas Willkührliches vorkommen. Aber man bedenke, daß diese Koeffizienten früher unbestimmt gelassen wurden, daß sie also allgemeine, nach den Umständen zu bestimmende, Größen sind, und daß also ihre Modifikation nach Versuchen und Beobachtungen nicht nur nichts Willkührliches, sondern sogar etwas Nothwendiges hat. So werden in der reinen Mathematik die Konstanten beim Integriren, so werden bei Umkehrung der Reihen, und überhaupt bei der

sogenannten Methode der unbestimmten Koeffizienten, willkührlich bezeichnete Größen erst in der Folge bestimmt. So verfuhr Neuton bei Aufstellung seines Systems; er bewieß, daß Körper, die eine elliptische Bahn beschreiben, von einer Kraft angezogen werden, die sich umgekehrt wie das Quadrat ihrer Entfernung verhalte; und schloß nun daraus: also müssen auch die Planeten von einer solchen Kraft angezogen werden. Ebenso wird in den folgenden geschlossen werden: die Koeffizienten in dem Anziehungsgesetze der Theile eines Körpers müssen ein gewisses Verhältniß unter sich haben, sonst lassen sich die Eigenschaften derselben nicht erklären; nun finden aber diese Eigenschaften in der Natur wirklich statt; also kann man auch nicht umhin, jenes Verhältniß seiner Koeffizienten anzunehmen. Der einzige Einwurf, der sich von dieser Seite machen ließe, wäre die Auffindung eines Körpers, der verschiedene Eigenschaften in sich vereinigte, welche sich nicht unter eine und dieselbe Koeffizientenreihe bringen ließen. Ein solcher Einwurf würde bei gehöriger Begründung allerdings mein ganzes System widerlegen.

Wie hat man sich nun den verschiedenen Kohä-

sionszustand der Körper zu erklären, oder, welche Modifikation muß der Ausdruck des Anziehungsgesetzes annehmen für die gegenseitige Anziehung der Theile eines und desselben Körpers, je nachdem dieser flüssig, fest, hart, spröde rc. ist? — Zur Abkürzung werde ich die Anziehung, die ein einzelner Punkt durch die Gesammtwirkung des übrigen Körpers erleidet, mit Q bezeichnen, welches also mit den gleichen Zeichen des vorigen Abschnittes nicht zu verwechseln ist. Aus dem obigen erhellt, daß Q die nämliche Form hat, nämlich $Ax^{-2} + Bx^{-3} + +$, wo die konstanten Größen A, B, C rc. zwar auch neue Bedeutungen erhalten; aber die Anzahl der Glieder und die Exponenten von x nämlichen bleiben.

Bei Luftarten und Dämpfen muß einerlei Kohäsionsgesetz gelten; die ersteren unterscheiden sich vielleicht chemisch dadurch, daß sie ihre Wärmetheilchen auf mechanischen Druck nicht sogleich fahren lassen, oder daß ihre Theile schon an sich eine dem Luftzustand nahekommendes Kohäsionsgesetz befolgen, während dieses bei den tropfbaren Flüssigkeiten erst durch die chemische Verbindung mit Wärme geschieht. Eine nähere Erklärung dar-

über wäre hier zu weitläufig; man wird sie sich aber leicht selbst machen, wenn man das später folgende über die chemischen Mischungen liest. Mechanisch betrachtet, haben Gasarten und Dämpfe die nämlichen Kohäsionsgesetze; sie sind nämlich immer in einem zusammengepreßten Zustande; d. h. man hat sie noch nie in Lagen untersucht, in welchen sich ihre Ausdehnung nicht durch bloßes Hinwegräumen des äußern Druckes vermehrt hätte. Auf der andern Seite aber lassen sie sich auch mit leichter Mühe noch stärker zusammenpressen. Sie befolgen dabei regelmäßigere Gesetze als die festen elastischen Körper und sind in sofern wahrscheinlich am brauchbarsten zur Auffindung der Koeffizienten. Man darf und muß also die Koeffizienten so wählen, daß der Ausdruck Q negativ bleibt, es möge für x die Entfernung der Theile im natürlichen Zustande gesetzt, oder diese Entfernung beträchtlich vermehrt oder vermindert werden. Die Koeffizienten müssen auch eine solche Beschaffenheit haben, daß in allen 3 Fällen niemals plötzliche Uebergänge statt finden können. Die leichte Verschiebbarkeit dieser Körper ist eine natürliche Folge des disseminirten Zustandes der Punkte und der

Gleichförmigkeit ihres Anziehungsgesetzes. Man wird überhaupt bei Voraussetzung meiner Theorie keine Erklärung für die Verschiebbarkeit der Theile, sondern vielmehr für die Möglichkeit einer unregelmäßigen Figur bei harten Körpern verlangen, welche daher auch unten folgen soll.

Bei tropfbar flüssigen Körpern lassen sich die Theile leicht von dem Ganzen trennen, sie zeigen fast keine Ausdehnbarkeit auf mechanischem Weg, und können durch große Gewalt nur sehr wenig zusammengepreßt werden. Daraus ergeben sich folgende Bestimmungen für die Koeffizienten: In der gewöhnlichen Entfernung der Theile ist $Q = 0$, oder vielmehr gleich dem Druck der Atmosphäre; bei einer äußerst geringen Vermehrung der Entfernung wird Q eine sehr mäßige positive Größe; bei einer noch größeren Entfernung verschwinden die übrigen Glieder beinahe neben dem ersten oder der astronomischen Gravitation; bei der geringsten Verminderung der Entfernung aber wird Q eine sehr beträchtliche negative Größe.

Um die Möglichkeit einzusehen, wie diese 4 Be-

dingungen neben einander bestehen können, wähle man beliebige Zahlen, die das Verhältniß des Druckes oder der zerreißenden Kraft ausdrücken, man wähle ebenso für die Entfernungen der Theile und ihr Verhältniß andere beliebige Zahlen. Kann man nun durch diese Zahlen einige Koeffizienten so bestimmen, daß allen diesen Bedingungen ein Genüge geschieht, so unterliegt die Möglichkeit keinem Zweifel mehr; denn andere Zahlen, die unter sich ein ähnliches Verhältniß haben, müssen auch ebenso viele mögliche Koeffizienten geben, die ihnen Genüge leisten. Hat nun das wirkliche Anziehungsgesetz mehr Glieder als das hier fingirte, so muß durch diese größere Anzahl die freie Möglichkeit von Bedingungen nur noch vermehrt werden. Man könnte setzen, der millionte Theil einer meßbaren Anziehung verschwinde für die Beobachtung, das Millionfache der leztern übersteige sie. Da es aber hier bloß auf das Nachweisen der Möglichkeit ankommt, so will ich zur Vermeidung größerer Zahlen das Verschwinden schon bei $\frac{1}{1000}$ eintreten lassen; die Rechnung bleibt die nämliche und das Resultat auch, wie man bald sehen wird. Ich drücke also die meßbaren Län-

gen und Gewichte durch 1000 aus; so sind die verschwindenden = 1, die kaum bemerklichen seyen = 10; die unmeßbar großen = 1000000. — In Zahlen ausgedrückt heißen also die vier Bedingungen des tropfbar flüssigen Zustandes. Für die gewöhnliche Entfernung der Theile oder für $x = 1000$, ist die Anziehung im Gleichgewicht oder $Q = 0$; für ein unmerkliches Wachsen der Entfernung oder für $x = 1001$ ist der Widerstand eine endliche Größe oder $Q = 1000$; für $x = 1010$, oder wenn die Entfernung um eine sehr geringe meßbare Größe gewachsen ist, ist $Q = 1$; denn ganz verschwindet die Anziehung schon wegen des Neutonischen Gesetzes nicht; für die geringste Zusammenpressung, welche sich noch beobachten läßt, oder für $x = 990$, ist der Widerstand eine unverhältnißmäßig größere Kraft als die obige zum Abreißen erforderliche, oder $Q = -1000000$. — Aus den 4 ersten Gliedern des allgemeinen Gesetzes

$$Q = Ax^{-2} + Bx^{-4} + Cx^{-6} + Dx^{-8}$$

erhalten wir also, wenn man auf beiden Seiten mit x^8 multiplizirt:

$$0 = A.\ 1000^6 + B.\ 1000^4 + C.\ 1000^2 + D.$$
$$1001^8.1000 = A.1001^6 + B.1001^4 + C.1001^2 + D.$$
$$1010^8.1 = A.\ 1010^6 + B.\ 1010^4 + C.\ 1010^2 + D.$$
$$-990^8.1'000000 = A.990^6 + B.990^4 + C.990 + D.$$

woraus sich die Größen A, B, C, D bestimmen lassen, da man eben so viele Gleichungen hat als unbekannte Größen.

Entwickelt man nämlich nur die ersten Ziffern der obigen Zahlen und bezeichnet die Anzahl der weggelassenen Ziffern durch Exponenten, so erhält man folgende Gleichungen:

I. $0 = 1000000000^9\, A + 1000000000000\, B + 1000000\ C. + D.$

II. $1008028056^{21} = 1006015020^9\ A + 1004006004001 B + 1002001 C + D$

III. $1082^{21} = 1061502000^9 A + 1040604010000 B + 1020100 C + D$

IV. $922744700^{21} = 961480150^9\ A + 960596010000 B + 980100 C + D.$

Zieht man nun die Gleichung (I.) von (II.) und (III.) ab, und die Gleichung (IV.) von (I), so fällt D heraus, und man hat:

V. $1008028056^{21} = 6015020^{9} A + 4006004001 B$
$+ 2001 \; C.$

VI. $1082856^{16} = 615020^{9} \; A + 406040100 \; B$
$+ 201 \; C.$

VII. $922744700^{21} = 38519849^{9} A + 39403990000 B$
$+ 19900 \; C.$

Wobei die Gleichung (VI.) mit 100 dividirt worden ist. — Die Gleichung (V.) mit 201, und die Gleichung VI. mit 2001 multiplizirt geben:

VIII. $200597583244^{21} = 1196988980^{9} \; A +$
$797194796099 \; B + 201.\ 2001.\ C.$

IX. $21646^{21} = 122388980^{9} A + 8008001997999$
$+ 201.\ 2001.\ C.$

Beide leztere von einander abgezogen, erhält man:

X. $200597561598^{21} = 1074600000^{9} \; A -$
$721080720190 0 \; B.$

Ferner die Gleichung (VI.) mit 19900 und die Gleichung VII. mit 201 mutiplizirt geben:

XI. $215488^{21} = 12238898000^{9} \; A$
$+ 8080197990000 \; B. + 19900.\ 201.\ C.$

XII. $185471684700^{21} = 7742489649^{9} A$
$+ 7920201990000 B. + 19900.201 C.$

Und durch Subtraktion der beiden letzteren:

XIII. $- 18547146 9212^{21} = 4496408351. A.$
$+ 159996000000 B.$

Die Gleichung (X.) mit 159996000000, und die Gleichung (XIII.) mit 721080720190 0 multiplizirt, und den Koeffizienten von B der in beiden Gleichungen derselbe ist, mit P bezeichnet, ergiebt sich:

XIV. $32094807465433608 0000^{23} =$
$= 1719317016000000000^{11} A + P. B.$

XV. $- 13373990059408657179028^{23} =$
$= 324236837302741030669^{11} A + P. B.$

Beide Gleichungen, von einander abgezogen, geben:

XVI. $- 13053041984754301099028^{23} =$
$= 325956254318741030669^{11} A.$

Woraus man mit Hülfe der Logarithmen den nächsten Werth für A erhält:

$$A = - 400454^{8}.$$

Dieser Werth in (XIII.) gesetzt giebt:

$$- 185471^{27} = - 180060^{27} + 159996^{6} B$$

oder $- 5411^{27} = 159996^{6} B$, also ist

$$B = - 338196^{14}$$

Die beiden gefundenen Werthe für A und B in die Gleichung (VII) gesetzt, verwandeln dieselbe in:

$$92274^{25} = - 154254^{25} - 133262^{25} + 19900\, C.$$

oder:

$$379790^{25} = 19900\, C, \text{ also ist}$$

$$C = + 190849^{19}$$

Mit Hülfe dieser drei Werthe erhält man endlich aus der Gleichung (I.)

$$o = - 400454^{26} - 338196^{26} + 19085^{26} + D.$$

oder: $D = + 719575^{26}$

Die Eigenschaften tropfbar flüssiger Körper lassen sich also durch folgendes Anziehungsgesetz vereinigen:

$$Q = - 400454.^{8} x^{-2} - 338196.^{14} x^{-4} + 190849.^{19} x^{-6} + 719575.^{26} x.^{-8}$$

Die bisher geführte Rechnung wurde angestellt, um die Möglichkeit nachzuweisen, daß sich im Allgemeinen die verschiedenen Eigenschaften eines und desselben Körpers in Beziehung auf seinen Kohäsionszustand unter einer einzigen mathematischen Formel zusammenfassen lassen. Es bedarf vielleicht kaum der Erinnerung, daß das erste Glied *A* positiv und bei allen wägbaren Körpern ein und dieselbe seyn muß; auch sollte das letzte Glied negativ seyn. Indessen sieht man leicht ein, daß sich auch diese beiden Bedingungen durch zwei weitere Glieder hätten erfüllen lassen. Da die Vereinigung der Bedingungen für die tropfbaren Flüssigkeiten bei meiner Theorie die meiste Schwierigkeit darzubieten schien, so habe ich vorzugsweise für diese die Rechnung ausgeführt und halte es für überflüssig, dieses auch für die übrigen Formen des Kohäsionszustandes zu thun, um so mehr als man natürlich nicht die Koeffizienten selbst erhält, sondern nur einen Beweis für ihre Möglichkeit.

Indessen sind solche Rechnungen, so entfernt sie auch von der Wahrheit bleiben mögen, dennoch ein sehr wichtiges Erleichterungsmittel für die

Anwendbarmachung meiner Theorie. Hat man nämlich für irgend einen Stoff so viele Bedingungen, als die Anziehungsreihe Glieder hat, so kann man das gegenseitige Verhältniß der Koeffizienten daraus einigermaßen vorläufig schätzen. Man kann namentlich annehmen, daß ein Koeffizient, der bei obigen Annahmen tausendmal kleiner ist als ein zweiter, neben diesem im Quadrate, ein hundertfach kleinerer aber im Kubus verschwinde, wodurch man nach der von Laplace in sr. Mechanik des Himmels angewandten Art viele schwierige Rechnungen ausführbar machen oder beträchtlich abkürzen kann.

Dem tropfbar flüssigen Zustande kommen die wenig elastischen weichen Körper am nächsten z. B. der Thon. Diese sind bei der natürlichen Entfernung ihrer Theile im Gleichgewicht, bei etwas größerer leisten sie mäßigen Widerstand, der den der Flüssigkeiten ein wenig übertrifft; bei noch größerer ist die Anziehung unmerklich; bei Verminderung von x, d. h. beim Zusammendrücken wächst der Widerstand, — Q, sehr beträchtlich, wird aber nicht ganz so groß als bei den flüssigen Körpern. Man sieht daraus, daß flüssige und weiche Körper nur dem Grade nach

verschieden sind. Den Uebergang zu den harten Körpern bilden die mehr oder weniger weichen elastischen. Ihre Gesetze sind, $Q = o$, für gewöhnliche Entfernung der Theile; mäßiges positives oder negatives Q für eine Vermehrung oder Verminderung der Entfernung innerhalb der Schranken möglicher Ausdehnung und Zusammendrückung; unmerkliches positives Q für eine solche Entfernung der Theile, bei welcher der Körper zerreißt. Absolut harte Körper giebt es nicht; alle wirklich existirenden Körper, welchen dieser Name zusteht, sind elastische mit sehr engen Gränzen der Ausdehnbarkeit; ihre Gesetze sind $Q = o$, für ein gewöhnliches q; für ein sehr schwach vermehrtes q, wird Q positiv, für eine größere, noch immer schwache, Vermehrung von q wird Q unmerklich; für eine Verminderung von q, wird Q negativ und zwar sehr stark wachsend. Spröde, feste, zerbrechliche, zerreibliche, milde, biegsame, zerdrückbare, hämmerbare, walzbare, streckbare, oder sonst geschmeidige, leicht oder schwer zersprengbare Körper 2c. entstehen durch unbedeutende Modifikationen der angeführten Gesetze. Ebenso hat man

sich die Syrupskonsistenz, Oelartigkeit, Gallertform ꝛc. der flüssigen Körper vorzustellen.

Es lassen sich demnach alle Kohäsionszustände auf die angegebene Art leicht erklären; nur fragt sich noch, wie ein und derselbe Körper z. B. das Wasser bald fest, bald flüssig, bald tropfbar, bald luftförmig seyn kann? dieses erklärt sich durch chemische Vermischung mit der Wärme. Die Wärme lagert sich nämlich anfangs bloß zwischen die Theile des festen Körpers und entfernt sie oder dehnt den Körper aus; ist aber eine gehörige Wärmemenge mit dem Körper verbunden, so entsteht eine chemische Mischung, die Flüssigkeitswärme wird in bestimmten Proportionen gebunden, wobei auf die unten zu erklärende Art beide Körper ihre früheren Eigenschaften verlieren, die Wärme ihre Wirkung auf die Empfindung, der feste Körper seinen Kohäsionszustand. Eben so erklärt sich der Uebergang der flüssigen Körper in Dampfgestalt.

Woher kömmt die mehr oder weniger große Verengerung der Körper beim Dehnen und Zerreißen, oder das Abnehmen der Breitendimension beim Zunehmen der Länge? — Man betrachte Fig.

6 und 7; in der ersteren sind die Punkte eines elastischen Körpers in ihrer natürlichen Lage, in der andern im Zustande der Dehnung vorgestellt. In Fig. 6 wird irgend ein Theilchen z. B. d' nicht nur durch die Abstoßung von d'', sondern auch von c'', b'', a'' und von e'', f'', g'' abgehalten, sich der vertikalen Reihe a'', g'' zu nähern. Die Einwirkung der Reihen a''' g''', ꝛc. unterliegt den nämlichen Gesetzen. Wird nun durch irgend eine mechanische Kraft die Reihe a a^{IV} von der Reihe g g^{IV} entfernt, so vertheilen sich, bis der Körper zerreißt, die übrigen horizontalen Reihen auf dieser größeren Länge. Ihre Entfernung von einander wird also vermehrt; dadurch ist die Entfernung des Theilchens d' von c'', b'', a'' und von e'', f''. g'' gewachsen, diese äußern jetzt nicht mehr dieselbe Abstoßung, einige darunter sogar eine größere Anziehung, da die Anziehung bei größerer Entfernung bis zu einem gewissen Grade immer zunimmt. Das Vermehren der Anziehung und Vermindern der Abstoßung muß aber eine Annäherung des Punktes d' gegen die Reihe a'' g'' zur Folge haben. Durch eine Anwendung der nämlichen Schlüsse auf alle Punkte wird man

finden, daß sich alle vertikale Reihen einander nähern müssen, und also der Körper bei der Dehnung schmäler wird. — Ist der Körper an einigen Stellen seiner Länge schwächer als an andern, oder kann er oben und unten seine Breite nicht beträchtlich verändern, wie ein Streifen Federharz, den man zwischen den Fingern fest hält, so entsteht die Fig. 7 gezeichnete Veränderung, wobei die Verengerung in der Mitte am stärksten ist. — Bei weichen und flüssigen Körpern gelten ähnliche Gründe; nur tritt hier ein Durcheinanderlaufen der Punkte ein, indem aus jeder Horizontal-Reihe einige herabgerissen werden, wodurch die Anzahl der Punkte in den Horizontal-Reihen vermindert wird, während die Anzahl der Horizontal-Reihen wächst; denn bei tropfbaren Flüssigkeiten bleiben die Punkte immer so ziemlich gleichförmig vertheilt, da ihre Annäherung eine unverhältnißmäßig große Kraft erfordert. — Zähe Körper sind elastische, welche sich dem Flüssigkeitszustand nähern; bei ihnen treten wahrscheinlich beide Veränderungen, nämlich das Verschieben und Annähern der Theile, zugleich ein.

Hat der Körper eine krystallinische, organische

oder sonst bestimmte Textur (s. unten), so ist er nicht auf allen Punkten gleich stark; es kann daher eine krumme oder gemischte Durchschnittsfläche geben, auf welcher die Anziehung früher und stärker abnimmt als auf einer ebenen. Dieses erklärt die verschiedenen Arten des Bruches. Der muschlichte Bruch ist eine Annäherung zum krystallinischen. Der faserige Bruch weicher geschmeidiger und zäher Körper erklärt sich durch die ungleiche Geschwindigkeit, womit die durcheinanderlaufenden Punkte sich wieder ins Gleichgewicht zu setzen suchen; die schneller bewegten werden natürlich nicht so bald von dem übrigen Stücke ins Gleichgewicht gesetzt, und so entstehen Erhöhungen, die als Zacken und Fasern erscheinen, wiewohl manche Fasern z. B. des Eisens auch von einer halb krystallinischen Textur herrühren mögen. Bei der Absonderung des austrocknenden Thons und ähnlicher Körper müssen wir ebenfalls zur Trennung solche Flächen annehmen, wo die Summe des Widerstandes die geringste Schwierigkeit hat, und das Gesetz annehmen, daß die Punkte ihre gegenseitige Entfernung nicht merklich ändern dürfen.

Die Auflösung dieser Aufgabe so wie die ganze

Theorie der Gestalt der Oberfläche wird auch dann, wenn man die Koeffizienten in Zahlen kennt, noch immer eine schwierige Aufgabe für die Variationsrechnung bleiben. Diese Theorie der Oberfläche und die daraus fließende der Polirfähigkeit ist indessen von großer Wichtigkeit für die der Reibung, in so fern sie von Ungleichheiten der Oberfläche abhängt. Die Reibung hängt aber auch bei ganz glatter Oberfläche von der Anziehung der Theile ab, nach einem ähnlichen Gesetze, wie das ist, welches das Abschieben des Zapfens *P M N O´* (Fig. 2) hindert; nur daß das letztere wegen der inniger gewordenen Berührung eine verhältnißmäßig größere Kraft erfordert.

Das krystallinische Gefüge und die organische Textur lassen sich bei homogenen Körpern nicht wohl durch bloßes Anziehen und Abstoßen der Theile erklären, da diese doch alle gleiche Gesetze befolgen und sich also gleichförmig vertheilen müssen. Wir sind also genöthigt, eine Polarität in dem früher beschriebenen Sinne zuzugeben, und dann hat es keine Schwierigkeit, sich die Möglichkeit vorzustellen, wiewohl es sehr verwickelt wäre, die Sache mit Worten und Figuren zu erklären. — Ich kann hier eine Bemer-

kung nicht unterdrücken, wenn sie auch schon nicht ganz an ihrem Platze ist, daß die Versuche über die Zerreißbarkeit und Zerbrechbarkeit der Körper mit organischen Körpern, (Holz 2c.) oder mit weichen (Eisen und andern Metallen) angestellt, zwar wegen ihres praktischen Nutzens sehr schätzbar, zur Auffindung von Gesetzen aber gerade die unbrauchbarsten sind. Denn bei jenen kömmt eine ungleiche Textur und überhaupt eine ungleichartige Beschaffenheit, bei diesen ein unregelmäßiges Durcheinanderlaufen der Theile ins Spiel. Bei dem Holze namentlich finden Verschiedenheiten statt je nach dem Alter, dem Boden, seiner Stelle am Baume, 2c. und im Allgemeinen sind bei organischen Körpern die Naturgesetze zusammengesetzter. Bei spröden und harten elastischen Körpern, welche man bisher am seltensten solchen Versuchen unterworfen hat, ließe sich leicht ein ähnliches Gesetz auffinden, wie im vorigen Abschnitt von der Luft angegeben wurde, und durch Beobachtung der Verengerung und Ausdehnung könnte man eine neue Annäherung an die Koeffizienten erhalten, nämlich eine von der obigen verschiedenen Relation, welche für die Statik und Mechanik

fester Körper von großer Wichtigkeit wäre. — Ein zweiter Fehler der bisherigen Versuche an Metallen ist der, daß man dazu nicht chemisch reine Stoffe genommen hat; und daher die Versuche verschiedener Beobachter sich nicht mit der gehörigen Genauigkeit vergleichen lassen. Man darf nicht sagen, die Versuche würden dadurch ihre Anwendbarkeit auf die Zwecke des gemeinen Lebens verlieren. Gerade das Gegentheil wäre der Fall, wie bei den Versuchen des technischen Chemikers, welche auch mit reinen Stoffen gemacht werden müssen.

Wie ist es ferner möglich, daß ein Körper als etwas massives, den Raum erfüllendes, erscheint, oder daß er eine Figur hat? Das Ausfüll n des Raumes, die Undurchdringlichkeit, ist ja gerade der Unterschied des physischen Körpers vom mathematischen, und diese scheint schwieriger zu erklären, wenn man einen Körper aus bloßen disseminirten Punkten konstruirt.

Daß ein Körper nicht nothwendig rund werden müsse, läßt sich leicht erklären, da bei festen Körpern die Anziehung der nächsten Punkte sehr stark, der etwas entfernteren fast unmerklich ist, er behält also die

einmal angenommene Gestalt und bietet ein System von Punkten dar wie Fig. 6 und 7. Ein solches System von Punkten hat zwar keine Gränzfläche im eigentlichen Sinne, aber eine durch alle äußern Punkte gelegte Fläche kann immerhin die Figur irgend eines mathematischen Körpers darstellen, z. B. einer Kugel, eines Zylinders, Würfels, ꝛc. Man denke sich nun, die Abstoßungsgränze der Punkte *A*, *B*,... bis *F*, (Fig. 8) als Kreise von gleichem Halbmesser, so fühlt man auf den ganzen Umfang des Kreises *a* schon die Zurückstoßung des Punktes *A*, auf dem Kreis *b*. die des Punktes *B*, ꝛc. also auf der ganzen wellenförmigen Linie *a b c d e f* wird man so zurückgestoßen, wie wenn sie die Gränzlinie der Figur wäre. Diese Linie kömmt einer geraden ziemlich nahe, wenn die Punkte eine sehr kleine Entfernung haben und in gerader Linie liegen, und die ganze, hier gezeichnete Figur müßte durch ihre zurückstoßende Wirkung als ein Viereck erscheinen. Bei körperlichen Räumen werden die Kreise zu Kugelperipherien, die Gränzlinien zu Gränzflächen. Ein solcher Körper ist von Flächen umgeben, wo seine zurückstoßende Kraft anfängt, und diese Flächen können für die Beobachtung

auch als Ebenen erscheinen. Nähert man einer solchen zurückstoßenden Fläche den Finger oder einen andern Körper, so muß ebendie Empfindung oder Erscheinung entstehen, wie wenn hier etwas Solides wäre. Fährt ein Lichttheilchen auf diese Fläche, so wird es ebenso zurückgeworfen, und der Körper erscheint dem Auge auf die nämliche Art, wie man bisher die Sichtbarkeit der Körper erklärt hat. — Da nun nach dem früher Gesagten keine mechanische Kraft im Stande ist, zwei Punkte desselben Körpers zur völligen Berührung zu bringen, so muß ein Körper auch bei der stärksten Zusammendrückung noch einen Raum einnehmen, er muß mechanisch undurchdringlich seyn. Wie es zugehe, daß ein abgetrenntes Stück eines festen Körpers, durch Andrücken an das Ganze nicht wieder zu einem so starken Zusammenhange wie zuvor gebracht werden könne, das wird man bei aufmerksamer Betrachtung der 9. Figur leicht einsehen, wo der aus allen mit *a* bezeichneten Punkten bestehende Körper das eine, der aus allen mit *b* bezeichneten das andere Stück vorstellt. Es entsteht bei dem Zerbrechen oder Zerreißen selbst der härtesten und sprödesten Körper eine mehr oder

weniger unebene Bruchfläche. Diese Unebenheiten rühren zum Theil auch von einer anfangenden Bewegung der konstituirenden Punkte her, welche anfangs dem abgebrochenen Stücke folgen und sich zwar nach Vollendung des Bruches wieder nach dem zurückbleibenden Stücke hin bewegen, aber nicht nothwendig in der vorigen Richtung; denn jezt wirken die zurückziehenden Kräfte auf andere Art. Die eine der Bruchflächen kann und wird also Erhöhungen und Vertiefungen erhalten, welchen die Vertiefungen und Erhöhungen der andern nicht nothwendig entsprechen. Bei dem Wiederandrücken der beiden Theile müssen daher immer Lücken entstehen, wodurch die Gesammtanziehung beträchtlich vermindert wird; denn an solchen Stellen, wo eine Erhöhung auf eine Erhöhung trifft, entsteht schon wieder bei zu starker Näherung eine Abstoßung, ehe noch bei zwei aufeinander treffenden Vertiefungen die Anziehung ihre vorige Stärke erlangen kann.

Man betrachte einen Körper, dessen äußere Punkte *a* und *m* (Fig. 10) durch eine Unterlage fest gehalten sind; auf die Punkte *f* und *g* (und alle gleich benannte) drücke eine mechanische Kraft nach der

Richtung der Reihen *ff*, *gg*, so werden die unmittelbar gedrückten Punkte alle gleichbenannte vor sich her schieben. Die Punkte *e* und *h*, von denen sie entfernt werden, werden von ihnen nach der nämlichen Richtung fortgezogen; da aber diese von den Punkten *d* und *i* aufwärts gezogen werden, so erhalten sie nur einen Theil der Kraft, ihre Bewegung ist also langsamer; ebenso verhält es sich mit den Punkten *d* und *i*, deren Bewegung noch langsamer wird. Ist nun die Geschwindigkeit, welche auf *fg* wirkt, sehr groß, so kön...n sie schon über die Gränze der merklichen Anziehung hinausgeschoben werden, noch ehe die Punkte *e* und *h* eine Geschwindigkeit angenommen haben, womit sie sich über die Anziehungsgränze hinaus zu reißen vermögen. Es können also *f* und *g* die Bewegung fortsetzen, welche sie erhalten haben, ohne weiter auf die Punkte *e* und *h* zu wirken; worauf denn die Punkte *e* und *h* in ihre vorige Lage oder wenigstens in ihren Zusammenhang mit den äußeren Stücken zurückkehren. Bei einem langsamen Stoß auf *fg* ist das Gegentheil der Fall. Daraus erklärt es sich, warum ein langsamer Steinwurf eine Fensterscheibe zertrümmert, durch welche derselbe Stein,

sehr schnell geworfen, oder durch welche eine abgeschossene Flintenkugel bloß ein rundes Loch machen; es erklärt sich ferner, warum eine Flintenkugel, nach einer offenen Thüre abgeschossen, ein Loch durch dieselbe bohrt, ohne sie zu bewegen.

Wer das Bisherige gehörig verstanden hat, dem kann es jetzt wenige Mühe machen, die Bologneser Flaschen, Glastropfen und ähnliche Kohäsionserscheinungen zu erklären, welche ich der Kürze halber übergehe.

Da bei einer Konstruktion der Körper aus Punkten oder disseminirten Theilchen Flächen und Kanten im bisherigen Sinne nicht statt finden können, so müssen die Grundlagen der Statik und Mechanik fester Körper eine neue Prüfung bestehen. Diese Prüfung zeigt im Allgemeinen, daß sich beide Wissenschaften in ihrer bisherigen Gestalt ganz gut mit meiner Kohäsionstheorie vertragen. Es ist nämlich dargethan worden, daß die Theile eines festen harten Körpers vermöge des Koeffizientengesetzes einen beträchtlichen Widerstand entgegensetzen müssen, wenn ihre gegenseitige Lage auch nur wenig verändert werden soll. Denken wir uns nun z. B. einen physi-

schen Hebel, wie in der 11ten Figur, auf dessen beide Arme die Gewichte *A* und *B* wirken, so können diese Gewichte dem natürlichen Gesetze der Schwere nicht folgen, ohne die nächsten Punkte nach sich her zu ziehen, und diese nächsten Punkte äußern auf die entfernteren eine ähnliche Wirkung; die Unterlage aber wirkt aufwärts zurückstoßend. So lange nun, bei dem Gleichgewichte sowohl als bei der Bewegung, die einwirkenden Kräfte beträchtlich geringer sind als der Widerstand, welcher die Körpertheile in ihrer gegenseitigen Lage fest hält, so lange wird keine merkliche Verschiebung dieser Theile stattfinden, und es lassen sich alle Schlüsse, und demnach auch alle Lehren der Statik und Mechanik fester Körper ohne merklichen Fehler anwenden. Was vom Hebel gesagt wurde, läßt sich natürlich auf alle von ihm abgeleitete Maschinen ausdehnen. Auch die Gesetze der schiefen Fläche gelten, nur muß man anstatt der Reibung das Koeffizientengesetz sich denken. Daß die Gesetze der Reibung, wie man sie dabei gewöhnlich in Rechnung nimmt, nur ein Behelf, nur eine höchst entfernte Annäherung sind, darüber sind die Mechaniker längst im Reinen. Wie

man sich aber Flächen vorzustellen habe, das ist oben an Fig. 8 erklärt worden.

Bei dieser Ansicht sind nun aber freilich die Elementarvorstellungen des Hebels, als einer steifen Linie ohne Dicke, mechanisch eben so unmöglich, als physisch nicht existirend; denn eine Reihe von Punkten, wie Fig. 12, kann der Biegung keinen Widerstand mehr darbieten.

Man sieht aus dem bisher Gesagten ferner, daß die gewöhnlichen Gesetze der Statik und Mechanik nicht mehr anwendbar sind, sobald eine verhältnißmäßig merkliche Verschiebbarkeit der Theile statt findet. Das giebt aber keinen Einwurf gegen meine Theorie; die Mathematiker wissen ja schon längst, daß die steifen Linien und absolut harten Körper bloße Erleichterungsmittel für die Rechnung sind. Es wird z. B. keinem einfallen, die Gesetze des mathematischen Hebels auf eine Stange anwenden zu wollen, die sich merklich biegen kann. — Da sich nun alle Körper von einwirkendem Druck oder Stoße mehr oder weniger biegen, so ist die bisherige Statik und Mechanik fester Körper eine bloße Annäherung an die Wahrheit, die zwar in den meisten Fällen vollkommen genügend ist,

bei der man aber nie aus den Augen verlieren darf, daß sie eine falsche Ansicht zu Grunde legt.

Ich will nur durch ein paar Beispiele nachweisen, daß man durch eine zu konsequente Durchführung der falschen Ansicht auf Abwege gerathen ist. Man vergleiche die höchst unsicheren Hypothesen, zu denen der große Euler (Nov. Comment. Petropolitan. Tom. XVIII.) seine Zuflucht nehmen mußte, um eine Theorie der Vertheilung des Druckes auf ebenen Flächen zu begründen; und die Einwürfe D'Alemberts (Opuscules de Mathém. Tom. VIII. p. 36) gegen das von Lambert in seinen Beiträgen (2ter Theil.) und von Delanges (Memorie di Mat. e Fisica della Soc. Ital. Tom. V. p. 107) darüber Vorgebrachte. Und bei aller Unsicherheit läßt sich die Eulersche Theorie noch nicht einmal auf die praktisch wichtigen Fragen anwenden, wie der Druck auf eine Schraubenfläche oder auf die kugelartigen Schüsseln der Glasschleifmaschinen vertheilt wird. — Bei meiner Theorie werden diese Untersuchungen wenig Schwierigkeiten darbieten, sobald das Gesetz der Koeffizienten bekannt ist. Man vertheilt nämlich, um die Wirkung der Gravitation in Rech-

nung zu nehmen, das Gewicht eines Körpers auf alle seine Punkte gleichförmig und betrachtet es als ein konstantes Glied, das aber bloß in vertikaler Richtung wirkt; man betrachtet auf ähnliche Art, wie im 2ten Abschnitt bei der Luft, die Einwirkung jedes Punktes auf alle andere und sucht am Ende für das Gleichgewicht, welche Einwirkung jeder Punkt der gedrückten Oberfläche erleidet. — Die bisher schwer zu erklärende Zerdrückbarkeit der vertikalen festen Körper, z. B. einer Säule, ist jezt eine sehr natürliche Sache. Die Hypothesen, welche bisher nöthig waren, findet man in Eulers Determinatio onerum etc. Acta Petrop. 1778. P. I. Ebenso die Zerbrechbarkeit eines Gesperres Fig. 13.

Die scheinbare Verletzung des Gesetzes der Stetigkeit bei dem Stoße harter Körper hat ebenfalls schon viele Schwierigkeiten gemacht, (man vergl. Kästner Anfangsgr. der höheren Mechanik. p. m. 350, und unter andern die dort angeführten Schriften: Bequelin Mem. de l'Ac. de Pr. 1751. p. 331; Boscowich de viribus vivis. Comm. Bononiens. T. II. P. II.; Joh. Bernouilli disc. sur le mouv. ch. 1. art. 7.; u. s. w.) Nach meiner

Theorie findet nicht nur immer eine Einwirkung der Körper auf einander statt, welche nach und nach in annähernde Bewegung übergeht; sondern diese Annäherungsbewegung geht auch nicht durch einen Sprung in die entgegengesetzte über, was bei den bisherigen Ansichten bei der Berührung der Flächen erfolgen müßte. Die Annäherung ist so lange wachsend, bis die Gränzen, wo Anziehung und Abstoßung sich aufheben, zusammenkommen; dann fängt schon die Abstoßung aber stufenweise an, und der Uebergang geschieht durch die Null. Die Annäherung wird jetzt wie die Bewegung eines aufwärts geworfenen Steins, das heißt, auch nur stufenweise, erschöpft, bis sie in einem zwar raschen, aber immer stufenweisen Gange in die entgegengesetzte übergeht.

Soviel über die Statik und Mechanik der festen Körper. Die Statik der flüssigen Körper leidet durch meine Theorie keine Veränderung; wohl aber die Dynamik der tropfbaren sowohl als der elastischen Flüssigkeiten. Diese kann jetzt auf einfache, höchst allgemeine Grundsätze gebaut und nach den vortrefflichen Vorarbeiten eines Eulers, La-

grange's und Laplace's gründlich ausgeführt werden. Der Widerspruch mit den bisherigen Theorien der Hydraulik und der Aerodynamik ist kein Einwurf gegen meine Theorie. Wer solche Nothbehelfe und Träumereien, wie man sie bisher der Hydraulik und Aerodynamik zu Grunde legte, für mathematische Wahrheiten ansehen kann, der darf nur die Unsicherheit und den Widerspruch der Resultate erwägen, um von seinem Irrthum überzeugt zu werden. Eine große Erleichterung der Rechnung ist es, daß man bei der Hydraulik ohne merklichen Irrthum, die Entfernung der Punkte konstant annehmen kann.

Bisher wurden hauptsächlich nur die Gesetze betrachtet, nach welchen ein Körper auf andere von der nämlichen Art, und nach welchen die Theile desselben Körpers auf einander einwirken; jetzt komme ich an die gegenseitige Einwirkung verschiedenartiger Stoffe. Dieser Betrachtung muß ich eine nähere Betrachtung des Anziehungsgesetzes für diesen Fall voranschicken. Man denke sich die Anziehung der Theile irgend eines Körpers, z. B. des Eisens,

unter sich durch eine Reihe ausgedrückt, deren Koeffizienten A, B, C... sind, also

$$G = \frac{A}{q^2} + \frac{B}{q^4} + \frac{C}{q^6} + +;$$

die eines anderen, z. B. des Bleies, habe die Koeffizienten A', B', C'...., oder es sey

$$G' = \frac{A'}{q^2} + \frac{B'}{q^4} + \frac{C'}{q^6} + +;$$

so ist die Einwirkung der Bleitheile auf die Eisentheile von beiden verschieden,

$$G'' = \frac{A''}{q^2} + \frac{B''}{q^4} + \frac{C''}{q^6} + +;$$

wobei die Koeffizienten A'', B''..., Funktionen der Koeffizienten A, B...; A', B'...., seyn können und wahrscheinlich auch sind.

Da nun aus dem Bisherigen hervorgeht, daß sich die Theile eines Körpers nicht berühren können, weil man sonst nicht mehr im Stande wäre, sie zu trennen, wenn man ihnen auch noch eine Ausdehnung zuschreibt, so müssen die letzten Glieder der Reihen G, G' negativ seyn. Dieses schließt aber noch nicht in sich, daß auch das letzte Glied der Reihe G'' negativ seyn muß. Es können also zwei Theile verschiedener Körper in wirkliche Berührung kommen; sie

sind aber dann durch keine mechanische Kraft mehr trennbar, weil für $q = o$, G'' im Verhältniß zu endlichen Kräften unendlich wird, und zwar positiv wie das letzte Glied. Zwei oder mehrere solche vereinte, mechanisch untrennbare Theile können in der Rechnung wie Punkte behandelt werden. Denken wir uns mathematische Punkte, von welchen bloß Kräfte ausgehen, so wird die Sache noch einfacher und anschaulicher.

So lange sich nun zwei Stoffe so mit einander vereinigen, daß sich die Punkte des einen bloß zwischen die Punkte des andern lagern und mehr oder weniger gleichförmig dazwischen vertheilen, ohne sie zu berühren, so lange haben wir den Fall der feineren oder gröberen Mengung. Treten aber die Punkte des einen Stoffes mit denen des andern in wirkliche Berührung, so haben wir den Fall der chemischen Mischung, und es findet, wenn wir uns mathematische Punkte denken, nicht bloß ein Nebeneinanderlagern, sondern ein wirkliches Durchdringen statt. Man wird aus dem bisher Gesagten, noch deutlicher aber aus dem sogleich Folgenden, einsehen, daß sich dabei immer eine bestimmte

Anzahl der Theilchen des ersten Stoffes mit einer bestimmten Anzahl derer des zweiten verbinden muß; und damit wäre auch das Gesetz der bestimmten chemischen Proportionen nachgewiesen.

Betrachten wir jezt zwei oder mehrere auf diese Art verbundene Körpertheilchen, so muß es in der neuen Verbindung irgend einen Punkt geben, welchen man wie eine Art Schwerpunkt betrachten kann, so daß das Resultat ihrer vereinten Kräfte als von ihm ausgehend angesehen werden kann. Da nun die Körpertheilchen auf alle Fälle sehr klein seyn müssen, so können wir mit großer Wahrscheinlichkeit, bei wirklichen Punkten aber mit mathematischer Schärfe, die Kräfte der einzelnen Punkte nach den bekannten dynamischen Gesetzen addiren. Es haben sich z. B. zwei Eisentheilchen mit einem Bleitheilchen chemisch verbunden, so ist, unter den obigen Annahmen, die Anziehung des neuen Körpers gegen das Eisen oder

$G^{IV} = 2\,G + G''$; oder

$$= \frac{2\,A + A''}{q^2} + \frac{2\,B + B''}{q^4} + \frac{2\,C + C''}{q^6} + +$$

seine Anziehung gegen das Blei aber

$G^{V'} = 2\ G'' + G'$, oder

$$= \frac{2\,A'' + A'}{q^2} + \frac{2\,B'' + B'}{q^4} + \frac{2\,C'' + C'}{q^6} + +,$$

Die Anziehung seiner Theile unter sich entsteht durch die Anziehung eines zusammengesetzten Theiles auf zwei Eisentheile + einen Bleitheil, sie ist also

$G^{VI} = 2\ G^{IV} + G^{V}$, oder

$$= \frac{4\,A + A' + 4\,A''}{q^2} + \frac{4\,B + B' + 4\,B''}{q^4} + \frac{4\,C + C' + 4\,C''}{q^6} + +,$$

Man sieht aus diesem Beispiele, wie man in allen ähnlichen Fällen zu verfahren hat.

Durch chemische Mischung entsteht bekanntlich oft eine gänzliche Verwandlung der Körper. Die Erklärung ist sehr leicht und muß jedem einleuchten, der bedenkt, daß alle physischen Eigenschaften einzig eine Folge des Koeffizientengesetzes sind, und, daß sich die Koeffizienten bei den Mischungen durchaus verändern.

Bei der chemischen Verwandtschaft kömmt also wegen der wirklichen Berührung der Theilchen

nur das letzte Glied der Reihe in Betrachtung; ist es negativ, so können sich die Punkte zweier Stoffe nicht berühren; sie können dieses aber, sobald es positiv ist; bloß im letzteren Falle ist eine chemische Vereinigung möglich. Das letzte Glied einer Mischung entsteht auf die eben gezeigte Art durch Addiren der letzten Glieder der einfachen Bestandtheile, da doch höchst wahrscheinlich alle Naturkörper gleich viele Glieder in ihrem Anziehungsgesetze haben werden. Es seyen zwei Körper A und B einfach oder zusammengesetzt, z. B. Salz und Wasser. Von dem ersten verbinden sich m Punkte mit n Punkten des letzteren. Es sey der letzte Anziehungs-Koeffizient der Theile von A unter sich $= K$; der von B unter sich $= K'$; der von A gegen B, oder von B gegen A (Lex III. in Neuton Phil. nat. princ. Ed. 1760. p. 23) sey $= K''$.

Es ist also die Anziehung von $m \cdot A + n \cdot B$ auf 1 Punkt $A = m\,K + n\,K''$; ihre Anziehung auf 1 Punkt $B = m\,K'' + n\,K'$; demnach

$$\text{auf } m\,A = m^2\,K + m\,n\,K''$$
$$\text{auf } n\,B = mn\,K'' + n^2\,K'$$

$$\text{Auf } m\,A + n\,B = m^2\,K + n^2\,K' + 2\,mn\,K''$$

Ist nun dieses positiv, so kann der neue Körper existiren, im entgegengesetzten Falle nicht. Es sind dabei K, K' negativ, weil sonst die Stoffe A und B nicht existiren können, folglich muß K'' nicht nur positiv seyn, sondern auch größer als $-\frac{m^2 K + n^2 K'}{2\,mn}$

Der angeführte Bruch wird desto größer, je größer das Verhältniß von m zu n, oder auch von n zu m wird; mithin muß eine Gränze eintreten, (da K, K', K'' konstant sind) für welche K'' nicht mehr größer seyn kann als der gegebene Bruch; über diese Gränze hinaus ist keine chemische Verbindung mehr möglich, und darin liegt der Grund, warum ein Stoff nur eine gewisse Menge eines andern aufnehmen kann. Die chemische Sättigung muß nämlich dann eintreten, wenn

$m^2\,K + n^2\,K' + 2\,mn\,K'' = o$ ist, oder

$\frac{m^2}{n^2}\,K + K' + \frac{2\,m}{n}\,K'' = 0$, woraus

$\frac{m}{n} = \frac{-K'' \pm \sqrt{K''^2 - K'}}{K}$ gefunden wird.

Die chemische Verbindung kann nach der Erfahrung und nach meiner Theorie nicht mehr durch mechanische Menschenkraft getrennt werden, wohl aber

durch chemische; ich muß also auch die **trennende Verwandtschaft** erklären. Man hat 3 Körper A, B, C, von folgenden Koeffizienten des letzten Anziehungsgliedes:

A gegen $A = K$, B gegen $B = K'$; A gegen $B = K''$, C gegen $C = K'''$, C gegen $A = K^{IV}$, C gegen $B = K^{V}$.

Eine Verbindung von $m\ A$ mit $n\ B$ soll durch C getrennt werden, so daß sich $m\ A$ mit $p\ C$ verbindet und $n\ B$ fahren läßt. Es muß jetzt die Anziehung von $n\ B$ gegen $m\ A$ durch die Abstoßung von $p\ C$ gegen $n\ B$ überwunden werden; d. h. es muß $m\ A + p\ C$ auf $n\ B$ eine negative Anziehung äußern,

$m\ A$ auf $n\ B$ hat die Wirkung $mn\ K''$
$p\ C$ auf $n\ B$ „ „ „ $p\,n\ K^{V}$,

$m\ A + q\ C$ auf $n\ B$ $= mn\ K'' + p\,n\ K^{V}$

also muß $m\ K'' + p\ K^{V}$ negativ werden.

Auf eine völlig ähnliche Art hat man sich die **aneignende** und die **Wahlverwandtschaft** zu erklären. Diese Betrachtungen, welche sich leicht noch weiter führen lassen, geben verbunden mit dem Früheren

ein neues Mittel an die Hand, sich dem Zahlengesetze der Koeffizienten zu nähern. Man kann auch noch damit verbinden die Gesetze der Zerreißbarkeit, Ausdehnbarkeit, das spezifische Gewicht &c. von Mischungen, welche immer Funktionen der Koeffizienten für die einfache Bestandtheile sind.

Manche chemische Verbindungen sind sehr schwer zu bewirken z. B. von Stickluft und Sauerstoffgas &c; sind sie aber erst bewirkt, so widerstehen sie jedem mechanischen Trennungsmittel. Dieses läßt sich ganz gut durch dazwischen gelagerte Wärme &c. (s. unten) erklären, welche die Theile sich nicht so nahe kommen läßt, daß ihre Abstoßung sich in Anziehung verwandeln kann. Die Richtigkeit dieser Ansicht erhellt daraus, daß man zuweilen durch mechanischen Druck solche Verbindungen bewirken kann, z. B. bei Sauerstoffgas und Wasserstoffgas.

Eine eigene Erscheinung ist es, daß lockere Theile z. B. gepülverter Thon, welche durch bloßes Zusammendrücken nicht sehr fest werden, durch Mengung mit Wasser Festigkeit annehmen und diese auch nach dem Verfliegen des Wassers beibehalten; ich glaube hier, so wie bei der Unauflöslichkeit des gebrannten

Thons, eine chemische Einwirkung annehmen zu dürfen.

Nach den allgemeinen Eigenschaften sind noch die sogenannten Imponderabilien, (Licht, Wärme, u. s. w.) zu berücksichtigen. Ich suche nämlich, ohne meine Meinung für die einzig richtige geben zu wollen, wie viele andere Physiker den Grund aller dieser Erscheinungen in eigenthümlichen Stoffen, einer Lichtmaterie, einer Wärmematerie, 2c. welche in hohem Grade elastisch sind, oder, nach meinen Ansichten, sehr überwiegende negative Koeffizienten haben. Es entsteht zuerst die Frage, wie bewirken diese Stoffe die Empfindungen z. B. das Sehen, das Wärmegefühl, 2c. welche hauptsächlich von ihnen auszugehen scheinen? — Diese Frage wird, so wie überhaupt alle Fragen über die Möglichkeit der Einwirkungen des Körperlichen auf das Geistige, von Menschen immer unbeantwortet bleiben. Um also meine Theorie von dieser Seite aus zu rechtfertigen, brauche ich nur nachzuweisen, daß eine Veränderung in unserem Leibe durch ihre Anwesenheit oder Entfernung entstehen könne. Das ist aber sehr leicht, die Wärme ist z. B. ein Körper, welcher von andern

Materien nicht so stark zurückgestoßen wird, daß seine höchst trennbaren Theile nicht zwischen den ihrigen durchdringen könnten, er wird vielmehr zwischen dieselben vermöge seiner starken Abstoßungskraft getrieben werden, so bald er in einem Körper verhältnißmäßig stärker angehäuft ist als in einem andern, auf eine ähnliche Art, wie die sehr elastische Luft von der übrigen Atmosphäre in die Zwischenräume der Körper getrieben wird, bis sie dort eben so sehr zusammengepreßt ist. Da nun der Wärmestoff die Theile der Körper auseinander treibt, so dürfen wir annehmen, er äußere gegen dieselbe eine abstoßende Kraft, die jedoch geringer ist als die Abstoßung der Wärmetheilchen unter sich. Ein erwärmter Körper erleidet also eine Mengung von Wärmetheilchen mit den seinigen, er wird wesentlich verändert. Der menschliche Leib ist also im erwärmten Zustand anders beschaffen als im nicht erwärmten, und wenn überhaupt die Seele fähig ist, von dem Körper eine Einwirkung zu erleiden, so muß diese Einwirkung anders beschaffen seyn von dem veränderten Körper; eine solche Veränderung der äußeren Eindrücke ist es aber gerade, was wir Empfindung nennen. — Je-

der Körper, jede neue Mischung befolgt nach dem Obigen ein eigenthümliches Anziehungsgesetz auf einen dritten. Denken wir uns eine Nervensubstanz so beschaffen, daß das Licht in ihr besondere Bewegungen hervorbringe, so wie es z. B. bei dem Hornsilber chemische Veränderungen erzeugt; denken wir uns die Netzhaut unseres Auges aus dieser Substanz zusammengesetzt, so muß ein auffallender Lichtstrahl die berührten Theile in einen gewissen neuen Zustand versetzen, und also wieder eine eigenthümliche Veränderung unseres Leibes, oder die Möglichkeit einer eigenthümlichen Empfindung zur Folge haben. Die Empfindung der verschiedenen Farben kann dabei von einer ungleichen Geschwindigkeit oder von einer spezifischen Verschiedenheit der Lichttheilchen herrühren. Die Zurückstrahlung, Biegung und Brechung des Lichts lassen sich auf die Neutonische Art ganz gut nach meinen Ansichten erklären. Die Polarität des Lichtes nöthigt, wie schon oben angegeben ist, zu der Annahme eines polarischen Anziehungsgesetzes im obigen Sinne. Der Umstand, daß das Licht durch gewisse Körper, z. B. durch eine gläserne Kugel, von allen Seiten mit glei-

cher Leichtigkeit fährt, dient als neuer Beleg für meine Theorie, denn bei massiven Körpern, bei der Konstruktion aus Fasern, Lamellen, ꝛc. läßt er sich gar nicht erklären, während er bei meiner Theorie der Erklärung nicht einmal bedarf, da bei gleichförmig disseminirten Punkten oder Atomen das Licht in allen Richtungen gleich vielen leeren Raum zum Durchgang vorfindet. Die chemischen Eigenschaften des Lichtes erklären sich wie die allgemeinen chemischen Eigenschaften der ponderablen Körper.

Von der Wärme, deren Theilchen sich bei der gewöhnlichen Erwärmung zwischen die Theile der Körper gleichförmig disseminiren, dieselben durch ihre Abstoßung von einander entfernen, und so den Umfang der Körper vermehren, habe ich nach dem bisher Gesagten nichts mehr zu erwähnen, als daß sie sich gleichfalls chemisch mit den Körpern vermischen könne, gebundene Wärme; daß dabei namentlich für die Flüssigmachung und Verdampfung bestimmte Proportionen statt finden und daß das Ausscheiden oder Binden der Wärme bei chemischen Prozessen ebenfalls aus den allgemeinen Grundsätzen der

Wahlverwandtschaft fließe. Die angenommene mechanische Mengung mit Wärme, in so fern diese die Körper bloß ausdehnt, enthält auch den Grund, warum man durch das Zusammendrücken der Luft Wärme, durch das Ausdehnen derselben Kälte erzeugt, worauf sich die Kompressions-Feuerzeuge gründen. Man sollte nun auch einige Erläuterungen über das Härten des Stahles erwarten; aber ich gestehe hier die Unzulänglichkeit meiner Kenntnisse. Nur so viel glaube ich zu sehen, daß durch plötzliches Heraustreten der Wärme die Stahltheile sich mit größerer Geschwindigkeit einander nähern und durch das Beharrungsvermögen sich näher kommen müssen. Ob sie aber in dieser größeren Nähe bleiben, ob sie sich mit Wärmetheilen chemisch verbinden, ob ihre Elemente sich in andern Verhältnissen vertheilen, ob die Polarität durch andere Drehung der Theile ihren Einfluß äußert, das ist eine interessante Aufgabe für mathematische Physiker. Das Erweichen bei dem Anlassen ist der entgegengesetzte Fall; die Theile werden bei dem Glühen durch neue Ausdehnung in die vorige Lage gebracht und nähern sich wieder mit geringerer Geschwindigkeit bei dem langsamen Abkühlen.

Die spezifische Wärme richtet sich nach der verschiedenen Kraft, womit verschiedene Materien die dazwischen gelagerten Wärmetheilchen zurückhalten oder hinaustreiben, ohne daß diese Eigenschaft mit der Wärmeleitung identisch wäre.

Die Ursachen der Elektrizität und des Magnetismus sind nach den bisherigen Theorien noch nicht erklärt, ich habe daher noch keinen Versuch gemacht, sie der meinigen anzupassen. Sie scheinen keinen Widerspruch gegen dieselbe zu enthalten. In einigen Stücken scheinen sie sogar ihre leichtere Erklärung dabei zu finden. Z. B. die Elektrizität kann man sich als eine elastische, polarische Materie denken, welche von vielen Körpern in der Entfernung stark angezogen, aber an der Oberfläche zurückgestoßen wird; daraus wäre zu erklären, warum ihre Stärke der Oberfläche proportionirt ist. Wenn wir nach den Erklärungen des 2ten Abschnitts polarische Punkte annehmen, welche sich durch andere um ihre Achse drehen lassen, so wäre die Erklärung der Erzeugung des Magnetismus und der Umkehrung der Pole durch das Bestreichen mit einem Magnet sehr einfach; ebenso die Verstärkung der magnetischen

Kraft durch längeres Tragen eines angehängten Gewichtes. Man sieht, daß dann für den Magnetismus nicht gerade eine besondere Materie nöthig wäre. Wirklich kann auch die magnetische Kraft nicht, wie Licht, Wärme und Elektrizität abgesondert dargestellt werden, sie kann keine chemischen Wirkungen hervorbringen 2c.

Am Schlusse der Folgerungen aus meiner Kohäsionstheorie sey es mir noch erlaubt, einige Analogien aufzuführen, die ich übrigens selbst für nichts anders ausgebe als für Traumbilder der Phantasie. — Wenn man das Weltgebäude betrachtet, so findet man die ponderablen Stoffe in Massen vereinigt, die in dem Weltraume auf ähnliche Art dissiminirt sind, wie unsere Körperpunkte. Einige derselben, die Fixsterne, verändern ihre gegenseitige Lage nicht, und viele solcher Fixsterne zusammen, von dem Gürtel der Milchstraße umschlossen, scheinen ein großes System von unveränderlicher Gestalt darzubieten, wie im Kleinen die festen Körper. Solche Gestalten, von außen gesehen, erscheinen uns an den Nebelflecken. Die Planeten und Ko-

meten, in ewiger Bewegung, könnten die Imponderabilien repräsentiren. — Ich will daher meine Meinung über die Frage aufstellen, warum die Fixsterne sich einander niemals nähern, welches nach Neutons Gesetzen der Fall seyn müßte, wenn wir uns die Welt nicht unendlich und mit unendlich vielen Sternen ausgefüllt denken. Die Annäherung der Fixsterne müßte ihre gegenseitige Lage verändern, und es scheint unglaublich, daß eine solche Veränderung in der langen Zeit sollte unbemerkt geblieben seyn, in welcher man sich mit astronomischen Beobachtungen beschäftigt. — Nach einer Analogie meines Anziehungs-Gesetzes ließe sich dieses so ziemlich erklären. Es ist bekannt und zum Theil oben gezeigt worden, daß von einer Reihe A, $\frac{B}{x}$, $\frac{C}{x^2}$, $\frac{D}{x^3}$, ... die früheren Glieder im Verhältniß zu den nachfolgenden desto mehr wachsen, je größer, und desto mehr abnehmen, je kleiner x wird. Von unserer Anziehungsreihe, $\frac{C}{x^2} + \frac{D}{x^3} + \frac{E}{x^4} + +$ worin ich die Koeffizienten jetzt anders bezeichne und wegen möglicher Polarität auch ungerade Glieder auf-

führe, werden die hinteren Glieder schon in mäßiger Entfernung, z. B. von einem Zoll, noch mehr aber in der Entfernung der Sonne von der Erde, neben dem ersten Gliede ganz unmerklich; sie können also noch weniger in der Entfernung der Fixsterne in Berechnung kommen. Da nun in dieser Entfernung bloß das positive Glied $\frac{C}{x^2}$, also bloß Anziehung bleibt, so müßten, wenn auch in der Mitte des Systems Gleichgewicht möglich wäre, doch die äußeren Sterne sogleich gegen die Mitte zu fallen. In der Entfernung des Uranus von der Sonne äußert sich kein anderes Anziehungsgesetz als $\frac{C}{x^2}$. Nehmen wir aber ein weiteres Glied $\frac{B}{x}$ an, so kann dieses in der Fixsternentfernung noch neben $\frac{C}{x^2}$ merklich seyn, während es in der Uranusentfernung neben ihm verschwindet. Setzen wir dieses Glied negativ, so ist die gegenseitige Einwirkung der Fixsterne aus Anziehung und Abstoßung zusammengesetzt; es kann daher ganz gut eine Lage des Gleichgewichts bei einem endlichen begränzten Systeme, z. B. unserer Milch-

straße, und wieder ein Gleichgewicht mehrerer Milchstraßensysteme unter einander stattfinden.

Da jedoch bei einer Störung des Gleichgewichts dieses negative Glied die übrigen überwiegen und somit das ganze Sternensystem auseinander stieben könnte, so wird es nöthig seyn, noch ein positives Glied A anzunehmen, welches in größerer Entfernung das Glied $\frac{B}{x}$ zuletzt übertreffen und seine Wirkung aufheben würde. Die Gränze, wo sich die Wirkungen von $\frac{B}{x}$ und $\frac{C}{x^2}$ im Gleichgewicht halten, wäre dann etwa die Fixsternentfernung und das Resultat ein Milchstraßensystem. Die Gränze, wo die Wirkung von $\frac{B}{x}$ durch A beschränkt würde, wäre die Entfernung zweier Nebelflecke von einander, und das Resultat die gegenseitige Ruhe der Nebelflecke. — Es ist bei dieser Darstellung angenommen worden, daß die Anziehung der Fixsterne auf einander immer dem nämlichen Gesetze folge; da wir aber genöthigt waren, bei Erklärung des Unterschieds der Materie einem Stoff ein an-

deres Anziehungsgesetz auf einen zweiten als auf einen dritten zuzuschreiben, so könnte dieses auch auf die Fixsterne angewendet werden, und dann ließe sich mit unserer bisherigen Reihe ohne Vermehrung ihrer Glieder vollkommen ausreichen.

Noch muß ich bemerken, daß die aufgestellte Anziehungsreihe, welche für ein allgemeines Naturgesetz noch ziemlich komplizirt erscheint, nur der Form nach so ist. Es giebt bekanntlich sehr einfache Ausdrücke, welche, in Reihen verwandelt, viele Glieder bekommen, und dieses gilt nicht bloß von unendlichen Reihen z. B. log. x, sin. x,...; sondern auch von endlichen z. B. bei der Auflösung des Bruches $\frac{a^n - b^n}{a + b}$ wenn n eine ganze gerade Zahl ist. Hat man also erst die Koeffizienten in Zahlen, so kann die bisherige Reihe auch eine einfachere, für die Rechnung bequemere Form annehmen.

Vierter Abschnitt.

Geschichte meiner Erfindung.

Die Beschreibung der Art, wie irgend jemand auf einen neuen und ungewöhnlichen Gedanken kam, war mir von jeher interessant. Mochte der Gedanke wahr oder falsch seyn, so hielt ich es immer für einen wichtigen Beitrag zur praktischen Psychologie und namentlich zur Erfindungskunst. Ich will daher auch den Gang meiner Erfindung auf die Gefahr hin beschreiben, einer kleinen Eitelkeit beschuldigt zu werden; um so mehr, als diese Geschichte eine Art von Beleg für die Sache selbst darbietet und vor den Abwegen warnen kann, auf welchen ich anfangs vergebens die Wahrheit suchte.

Ich erlernte schon als Kind von ungefähr 8 Jahren die Mathematik ohne Lehrer aus D. H. W. Clemms mathematischem Lehrbuche. Stuttgart 1768., einer Quelle die ich niemand als ersten Leitfaden empfehlen möchte. Bis in mein dreizehntes Jahr fand ich in dem Landstädtchen Bietigheim, worin ich lebte, keinen Lehrer, nicht einmal einen Men-

schen, der Mathematik verstand, keine Aufmunterung und keine Hülfe, außer daß ich später noch Wolfs Auszug aus den Anfangsgründen und Malers Algebra unter alten Büchern auffand. Mit Vergnügen erinnere ich mich noch jetzt des seligen Augenblicks, als in meinem dreizehnten Jahre mein sehnlicher Wunsch nach Erweiterung meiner mathematischen Kenntniße in so weit befriedigt wurde, daß ich Erlaubniß erhielt, bei einem neuangekommenen Schulprovisor Knobel Stunden in der Geometrie zu nehmen. Seine Kenntnisse waren freilich nicht sehr umfassend, indessen verdanke ich ihm doch manchen Aufschluß in der praktischen Geometrie und in der Stereometrie. In meinem 14ten Jahre kam ich in Folge einer Versetzung meines Vaters zum Kgl. Oberappellationsgericht nach Tübingen, in dessen Nähe mein mütterlicher Oheim, M. Ferdinand Harpprecht, (damals Pfarrer in Kusterdingen, jetzt in Ersingen) angestellt war. Selbst ein leidenschaftlicher Freund und großer Kenner der Mathematik, unterstützte er mich theils durch Geschenke aus seinem reichhaltigen Büchervorrathe, theils durch Erlaubniß des freien Gebrauchs seiner Bibliothek, gab

mir über jeden Zweifel Aufschluß und weckte durch seine Unterhaltungen, die beinahe stets wissenschaftlicher Art waren, meinen Sinn für Mathematik immer mehr. Ich fieng bald an, Kollegien der Professoren Pfleiderer und Bohnenberger zu hören, und legte bei jenem, dessen Bibliothek ich beinahe wie meine eigene ansehen konnte, besonders einen festen Grund in der Methode der Alten und in der mathematischen Kritik überhaupt. Bei Pfleiderer, der eine ebenso große Abneigung gegen die analytische Methode der Neuern bezeugte, als er tief in die geometrische der Alten eingedrungen war, erhielt ein Schüler zu jener eben so wenig genügende Anleitung als Aufmunterung. Aber schon gewohnt, auf eigenen Füßen zu gehen, studierte ich gleichfalls ohne fremde Hülfe die Differential- und Integralrechnung aus Wolfs Elementis matheseos universae. Sogar mein Oheim, zu dem ich sonst in allen schwierigen Fällen meine Zuflucht nahm, wurde damals nicht zu Rathe gezogen.

Mit diesen Kenntnissen ausgerüstet, machte ich mich vorzüglich an das eigene Studium der Werke eines Kästners, Karstens, Klügels, Lamberts, der

Bernouilli, eines Eulers, Lagrange's, Laplace's, 2c. und immer mehr entwickelte sich in mir ein entschiedener Hang für die Berechnungen der Maschinen. Mitte unter diesen Beschäftigungen kam ich einmal auf den Einfall, zu meiner Uebung die nöthige Stärke eines mit Wasser gefüllten Kessels berechnen zu wollen. Ich hatte zum Glück noch keine ähnliche Rechnung gefunden oder wenigstens nicht beachtet und war daher genöthigt, von dem Hauptprinzip der Kohäsion, nämlich von einer Anziehung der Theile, auszugehen. Ich wollte den Kessel unten, wo der Druck größer ist, stärker haben, und untersuchte also die Kraft, welche auf ein gegebenes Element senkrecht drückt. Nun berechnete ich die Kraft, welche ein solches Element mit den übrigen Theilen zusammenhält, wollte sie, nach dem Parallelogramm der Kräfte zerlegt, mit dem Drucke vergleichen; fand aber, was ich freilich auch ohne Rechnung hätte einsehen sollen, den Widerstand der Kohäsionskraft in der Richtung des Druckes $= o$.

Ein solcher Widerspruch der Theorie und der Erfahrung, über welchen ich von meinen wissenschaftlichen Freunden keine Auskunft erhalten konnte, und welchen ich in meinen Büchern auch nicht einmal be-

rührt fand, mußte mich um so mehr beschäftigen, als ich einsah, wie wichtig und nöthig die Berechnung der Festigkeit der Theile in allen Anwendungen der Statik und Mechanik auf das gemeine Leben ist. Wie kann ich z. B. die vortheilhafteste Einrichtung eines Rades berechnen, ohne die Gränze der Dicke seiner Zapfen und andern Theile zu kennen; was für Vortheile gewährt ohne gründliche Berechnung der Festigkeit die Mathematik in der Berechnung des Holzverbandes bei der Häuser- und Brückenbaukunst? — Meine Ansichten von der Wichtigkeit dieses Gegenstandes wurden noch vermehrt, als ich in die Hydraulik tiefer eindrang. Auf was für Hypothesen fand ich da alle Systeme gebaut! Welchen Widerspruch der hydraulischen Systeme und ihrer Resultate unter einander! Welche künstlichen Wendungen, um sie der Erfahrung auch nur einigermaßen anzupassen! — Diese und ähnliche Schwierigkeiten, welche sich durch gründlichere Kenntniß der Art des Zusammenhanges und der Struktur der Theile heben zu lassen schienen, waren noch weit größer bei der Aerodynamik und bei der Lehre von den Dämpfen. Die Elastizität, eine anerkannte Wirkung der Kohäsionskräfte, äußert einen Einfluß

auf die Maschinen, dessen Wichtigkeit schon Busch nachgewiesen hat. Lauter neue Antriebe zu den eifrigsten Bemühungen, der Sache auf den Grund zu kommen.

Die Untersuchung selbst bot mir aber wenige Anhaltspunkte dar, und ich begnügte mich damit, vorzüglich demjenigen meine Aufmerksamkeit zu widmen, was von meiner Lekture einigermaßen hieher gezogen werden konnte. Ebenso verfuhr ich bei dem Studium der Chemie und Mineralogie, welches ich jetzt auch anfieng, um mich für die Naturwissenschaften nach allen Seiten auszubilden. Bei der Mineralogie schienen namentlich die Festigkeit, der Bruch, ꝛc. neue Möglichkeiten für die Auffindung einer Kohäsionstheorie oder wenigstens eines Kohäsionsgesetzes darzubieten.

So standen die Sachen, als ich durch den deutschen Befreiungskrieg bewogen' wurde, freiwillig Dienste unter der kgl. würtembergischen reitenden Artillerie zu nehmen. Aus Neigung sowohl als aus Pflichtgefühl, benützte ich jeden freien Augenblick, den mir der Dienst ließ, zur theoretischen Ausbildung für dieses Fach, wobei mich besonders Gene-

ral von Vischer mit kostbaren Werken unterstützte. Unter allen Untersuchungen zog ich jedoch auch hier diejenigen vor, welche sich auf Kohäsion gründen, und es giebt deren nicht wenige bei einer Waffe, welche die möglichste Leichtigkeit mit gehöriger Stärke verbinden soll. Die Festigkeit verschiedener Metallmischungen muß in mehreren Rücksichten betrachtet werden; die Anwendbarkeit der verschiedenen Holzarten zu den verschiedenen Theilen des Geschützes und zu verschiedenen Werkzeugen des Artilleristen sowohl als auch des Sappeurs, ꝛc. welche man bei der Artillerie kennen muß; die verhältnißmäßige Dicke der verschiedenen Theile des Fuhrwerks, ꝛc. waren lauter Erweiterungen meiner praktischen Kenntnisse der Kohäsion. An den Versuchen von Morla über die Möglichkeit geschmiedeter eiserner Kanonen, über die Nachahmungen des Damaszener Stahles, über die Minen, noch mehr aber an Scharnhorsts ausgezeichneten Werken, hatte ich einen wahren Schatz gefunden; aber in der Theorie kam ich um keinen Schritt weiter.

Nachdem ich anderthalb Jahre bei der Artillerie gedient hatte, nahm ich meinen Abschied, und bezog jetzt erst als förmlich immatrikulirter Student die Uni-

versität. Ich wählte dem Wunsche meines Vaters gemäß das Studium der Rechte; aber meine Vorliebe für die Mathematik hielt mich immer ab, mich ernstlich damit zu beschäftigen, und endlich, als ich den Wunsch meines seligen Vaters durch Anhörung der Pandekten erfüllt hatte, verließ ich das Studium des Rechts gänzlich und suchte mir eine Laufbahn zu eröffnen, bei welcher ich ausschließlich den Naturwissenschaften leben könnte, was mir aber nicht gelungen ist.

Mit solchen Gedanken hatte ich den Entschluß gefaßt, nach Amerika zu gehen, und gieng im Sommer 1817 auf dem Verdeck der nach Baltimore bestimmten Emilie in der London Dock spazieren, als sich mir von Neuem die Untersuchung über die Kohäsionstheorie aufdrängte und namentlich das Parador, daß sich ein Zapfen, der in der Mitte eines gleichartigen Körpers hervorragt, durch die geringste Kraft nach allen Richtungen verschieben lassen müßte. Ich sah bloß in dem Falle die Möglichkeit eines Widerstandes, wenn der Zapfen zum Theil über den Rand hinausgeschoben wäre und dann von dem Körper zurückgezogen würde. Dieser Gedanke brachte mich

auf einen zweiten, nämlich auf die Annahme einer solchen Struktur des Körpers, vermöge welcher der Zapfen bei der geringsten Verrückung schon in einen solchen Zustand kommen müßte. Dieses ließe sich dadurch erreichen, wenn die beiden Körper auf die bei Fig. 14 gezeichnete Art sich berührten. Wären nämlich die Erhöhungen b', b', b'', b''' und a, a', a'', a''' so weit auseinander, daß bei einer geringen Verschiebung, die Einwirkungen von b' auf a, von b'' auf a' ꝛc. neben den Anziehungen von b auf a, von b' auf a', ꝛc. noch unmerklich blieben, so fände noch immer ein Widerstand gegen die Verschiebung seitwärts statt. Natürlich mußte ich jetzt den Körper in lauter solche Fasern zerlegt denken; aber nun kamen mir neue Schwierigkeiten. Wodurch sollen diese Fasern selbst auseinander gehalten, wodurch soll das Verschieben in andern Richtungen verhindert werden? Da trat die Möglichkeit, dieses durch abstoßende Kräfte zu erklären, wie ein Blitzstrahl vor meine Seele. Es war mir längst bekannt gewesen, daß mehrere Physiker die Annahme einer Abstoßung in der Nähe zur Erklärung der Elastizität und ähnlicher Erscheinungen gewählt hatten, und daß selbst

Neuton wegen der großen Kraft des Zusammenhangs eine höhere Potenz als $\frac{A}{x^2}$ angenommen hatte; ich hatte das letztere schon früher mit dem astronomischen Gesetze so vereinigt, daß ich die Stärke der Anziehungskraft als $\frac{A}{x^2} + \frac{B}{x^n}$ gedacht hatte, wo n eine größere Zahl als 2 ist. Mit solchen Vordersätzen war es nun natürlich, die Kohäsionskraft durch eine neue Erweiterung des Neutonischen Gesetzes $\frac{A}{x^2} + \frac{B}{x^n} - \frac{C}{x^m}$ auszudrücken. Aber jetzt durfte ich mir die Materie nicht mehr als zusammenhängend denken, sie zerstob also in meinen Gedanken zu Staub, und das Wesentliche meiner obigen Kohäsionstheorie stand in völliger Klarheit vor mir.

Ich hatte jetzt nichts mehr zu thun, als die Theorie weiter auszuführen und über die Möglichkeit nachzudenken, wie sie an der Erfahrung geprüft, praktisch angewendet und wie die bekannten Naturerscheinungen dadurch erklärt werden könnten. Dieses geschah, da mein Plan einer Reise nach Amerika

gestört wurde, auf der Rückreise, die ich über Kurhaven nach Leipzig richtete.

In Leipzig brachte ich das bisher Gefundene zu Papier und übergab es Professor Gilbert, mit dem Wunsche, durch Einrückung des Aufsatzes in sein vielgelesenes Journal, die deutschen Naturforscher zur Prüfung und weiteren Verarbeitung meiner Ideen zu bewegen. Gilbert theilte meinen Aufsatz dem bekannten Mathematiker Mollweide mit, welcher erklärte, die Gedanken haben im Ganzen seinen Beifall, nur komme es ihm vor, Boscowich in seiner Theoria Philosophiae naturalis habe schon etwas Aehnliches aufgestellt. Dieses bewog mich, meinen Aufsatz vorläufig zurückzunehmen, wozu mich auch außerdem einige Winke Gilberts veranlaßten, der mich darauf aufmerksam machte, daß ich in dem ersten Feuer und ganz in der neuen Theorie lebend, diese einerseits ziemlich anmaßend, andererseits aber beinahe unverständlich beschrieben hatte, was ich auch sogleich selbst erkannte.

Ich wollte also zunächst Boscowich vergleichen und dann meine Ideen klarer darzustellen versuchen. — Was Boscowich betrifft, den ich erst nach länge-

rer Zeit erhielt, so hat er allerdings vieles mit mir gemein und ist mir, so zu sagen, in der Hauptsache schon zuvorgekommen. Er nimmt auch disseminirte Punkte und ein aus Anziehung und Abstoßung zusammengesetztes Gesetz an. Aber abgesehen davon, daß ich meine Theorie unabhängig von ihm fand, habe ich wissenschaftliche Begründung und Anwendbarmachung vor ihm voraus; während er durch eine Menge willkührlicher Hypothesen und eine dunkle metaphysisch-scholastische Einkleidung seinen Wahrheiten selbst im Lichte steht.

In der Zwischenzeit, als ich Boscowichs Werk erwartete, hielt ich mich in dem freundlichen Städtchen Gera auf und hatte dort viele Muße zur weiteren Ausarbeitung meines Systems. Da irrte ich nun lange auf vielerlei Abwegen herum. Ich nahm als erste Abkürzung nur 2 Glieder des Gesetzes an, und wollte nun nach und nach untersuchen, wie sich 2, dann 3, dann 4 Punkte 2c. im Fall des Gleichgewichts ordnen müßten, um bei genauer Kenntniß der inneren Struktur der Körper mit desto größerer Sicherheit meine weiteren Berechnungen führen zu können. Aber die willkührliche Gestalt der festen

Körper hätte mich schon belehren können, was mir auch die Rechnung zeigte, daß bei mehreren Punkten die Aufgabe unbestimmt wird. Nach diesem verfiel ich darauf, das spezifische Gewicht zu berechnen und durch Anwendung der Rechnung auf gemischte Körper die Koeffizienten zu bestimmen. Dieser Gedanke hing mit einem früheren zusammen, den ich schon in dem Aufsatz für Gilbert aufgestellt hatte, nämlich mit der Anwendung der chemischen Proportionen und der Verwandtschaften zur Bestimmung des letzten Glieds, ungefähr so wie sie oben beschrieben ist. Ein Versuch, der mich später auf die Berechnungen über die Zusammenpressung der Luft leitete, welche ich noch jetzt für das zweckmäßigste Prüfungsmittel meiner Theorie halte. Ich mußte nämlich bei der Berechnung des spezifischen Gewichts zu den nämlichen Hypothesen über die Anordnung der Punkte und zu der nämlichen Form der Rechnung meine Zuflucht nehmen. Die Hypothese über die Anordnung der Punkte schien mir bei flüssigen Körpern erlaubter als bei andern, und da die tropfbaren ihr spezifisches Gewicht nicht merklich ändern, so nahm ich zu den Luftarten meine Zuflucht. Die Luftarten

sind nun, so wie wir sie kennen, immer in einem zusammengedrückten Zustande; es war daher natürlich, einen künstlichen Druck auf sie sogleich mit in Rechnung zu nehmen und sie zu diesem Zweck in ein Gefäß eingeschlossen zu betrachten.

Diese Untersuchung, welche unter allen andern den glücklichsten Erfolg hatte, wurde aber nicht unolenore durchgeführt. Mancher Schritt in derselben erforderte mehrere Tage und oft mehrere Wochen. Ich nahm daher theils gleichzeitig, theils später mehrere andere Untersuchungen vor. Z. B. die Zerreißbarkeit der Länge nach durch angehängte Gewichte, welche mir eine ähnliche Formel gab, nur daß ich bei harten Körpern kein Durcheinanderlaufen der Punkte annehmen durfte, sondern bloß eine Entfernung der Schichten; bei elastischen aber auch die Verengerung (Fig. 7) in Rechnung zu ziehen war. Bei den letzteren hatte ich den Vortheil, wegen der Ausdehnbarkeit an einem und demselben Körper mehrere Versuche anstellen zu können, welcher jedoch durch die Schwierigkeit beinahe kompensirt wurde, jene Verengerung in Rechnung nehmen zu müssen.

Die Zerbrechbarkeit oder respektive Festigkeit gab

mir gleichfalls zu einer ziemlich erfolglosen Rechnung Anlaß. Ich nahm dabei für harte Körper unveränderliche, gleich weit entfernte Schichten an; betrachtete sie wegen der Menge und geringen Entfernung der Punkte als ein Kontinuum; nahm ferner an, sie machen einen gewissen Winkel gegen einander integrirte nun die Gesammtwirkung, von oben nach unten und wollte daraus das Gewicht und den Winkel bestimmen, bei welchen die Wirkung so groß werden müßte, daß sie auch bei größerem Winkel nicht mehr durch die Anziehungskräfte gehoben würde. Noch schwieriger und unfruchtbarer wurde die Rechnung für die Zerbrechbarkeit bei einem beliebigen Neigungswinkel, welche jedoch wieder eine Vervielfältigung der Versuche an demselben Körper möglich gemacht hätte. — Bei solchen Versuchen, welche an jedem Körper nur einmal vorgenommen werden können, hätte ich mich chemischer Mischungen bedient und zwar aus den früher angegebenen Gründen keiner geschmeidigen Metalle, sondern etwa der Halbmetalle, der Gläser, spröder Harze, des getrockneten Gummi's und ähnlicher Substanzen.

Auch auf die Beschaffenheit tropfbarer Flüssig-

keiten richtete ich, wiewohl vergebens, meine Bemühungen; den verschiedenen Flüssigkeitszustand, welcher durch chemische Mischung oder auch durch Erwärmung hervorgebracht wird, wollte ich messen, durch die Zeit, in welcher ein und dasselbe Gefäß ausläuft, durch das Gewicht der Tropfen, welche eine Flüssigkeit unter gleichen Umständen bildet, durch die Höhe des Aufsteigens in gleichen Haarröhrchen, durch die Schwingungen eines darein versenkten Pendels, 2c. aber die Schwierigkeit der Rechnung überstieg damals meine Kräfte.

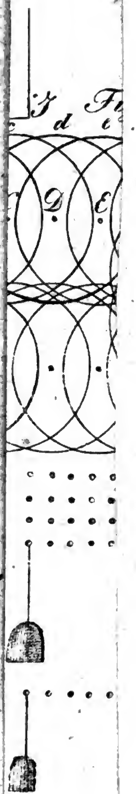
Troß der großen Schwierigkeiten, welche ich bei meinem Unternehmen fand, hätte ich es damals ohne Zweifel weiter verfolgt, wäre ich nicht bei der Berechnung der Zusammensetzung der Luft durch einen Rechnungsfehler auf ein Resultat gekommen, welches dem Mariotischen Gesetz direkt zu widersprechen schien. Ich glaubte daher, meine Theorie stehe der Erfahrung entgegen, während mir doch die bündigsten Schlüsse à priori die Ueberzeugung gegeben hatten, es könne keine andere die richtige seyn. Dieser unglückliche Umstand brachte mich auf den Glauben, die Mathematik sey in ihren Anwendungen auf Me-

chanik eine höchst unzuverlässige, betrügliche und ungegründete Wissenschaft. Da nun gerade dieser Zweig bisher meine Hauptbeschäftigung gewesen war, so wurde ich so unwillig, daß ich von Stund an der Mathematik gänzlich entsagte und andere Fächer wählte. Ein solcher Entschluß war indessen leichter gefaßt als ausgeführt; wenn ich schon in der Folge nie wieder eigentlicher Mathematiker wurde, so konnte ich mich doch nicht gänzlich enthalten, hie und da einige Augenblicke dem Nachdenken über mathematische Gegenstände zu widmen. So entdeckte ich später meinen Irrthum, aber freilich zu einer Zeit, wo mir die Umstände nicht mehr gestatteten, Gebrauch davon zu machen. Es war mir also nichts mehr übrig als Versuche, andere Mathematiker dafür zu interessiren.

Das Resultat der letzteren als die Fata libelli will ich nun noch kürzlich mittheilen. Der erste nach Gilbert und Mollweide, dem ich meinen Aufsatz mittheilen wollte, war der vor kurzem gestorbene Astronom Burkhard bei der Ecole militaire in Paris. Dieser Gelehrte, der mich aufs zuvorkommendste mit Gefälligkeiten überhäuft hatte, wies mich aber

ganz unerwartet damit zurück, ohne meinen Aufsatz zu lesen. Er tadelte in allgemeinen Ausdrücken die Deutschen, welche sich immer nur theoretischen Spekulationen hingeben, und versicherte mich, eine Abweichung von Mariotte's Gesetz könne nicht mit der Wahrheit bestehen. Vergebens versicherte ich ihm, daß meine Theorie praktisch sehr wichtig werden könne und daß ich mich gerne durch Gründe widerlegen lassen wolle. Ich konnte ihn weder bewegen, mein Manuskript anzusehen, noch sich meine Ansichten mündlich auseinander setzen zu lassen. Da er nun von der Sache gar nichts gehört hatte, als daß ich neue Ansichten über die Kohäsion hätte, welche, wie ich damals noch glaubte, von Mariotte's Gesetz stark abwichen, so kann dieses ungünstige Urtheil nicht zum Schaden meiner Sache gereichen, und ich habe es bloß hergesetzt, um der Wahrheit nichts zu vergeben. — Mehrere Jahre nachher übergab ich diese Theorie als specimen eruditionis der Tübinger Universität, wo sie ebenfalls weiter nicht beachtet wurde. — Vor 4 Jahren übergab ich meine neue Bearbeitung dem Königl. württemb. Studienrath, hatte aber dasselbe Schicksal.

Meine Theorie ist also bisher noch niemals ernstlich geprüft worden, und hat, wenn ich mich auch auf die beiden günstigen Urtheile von Mollweide und Gilbert nicht berufen will, wenigstens noch keine Widerlegung gefunden. Nach so manchen Unterbrechungen, welche meinen Eifer erkalten und mich diese Theorie mit dem kalten ruhigen Blick eines Fremden beurtheilen ließen, bin ich noch immer von ihrer Richtigkeit überzeugt geblieben. Jetzt lege ich sie dem großen Publikum vor, um sie vom Untergange zu retten. Gegen Angriffe, sie mögen gegründet seyn oder nicht, werde ich sie schwerlich in Schutz nehmen. Sollte mir aber eine Widerlegung zu Gesicht kommen, die ich für vollständig und gegründet halte, so werde ich selbst die erste beste Gelegenheit benützen, dieses öffentlich auszusprechen. Denn Wahrheit war mein Bestreben, und Beförderung der Wahrheit oder Annäherung an dieselbe ist das einzige Ziel, nach dem ich verlange, der einzige Lohn, den ich wünsche.


d
D
E